

[2014]



**ESTRATEGIAS MEDIADORAS E
INNOVADORAS EN LOS PROCESOS DE
ENSEÑANZA QUE DESARROLLAN
PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LOS
ESTUDIANTES DE LA FACULTAD DE CIENCIAS
EMPRESARIALES DE LA CORPORACIÓN
UNIVERSITARIA IBEROAMERICANA**

Yeimy Julieth Moreno Jiménez

Corporación Universitaria Iberoamericana

Facultad Ciencias Empresariales



ESTRATEGIAS MEDIADORAS E INNOVADORAS EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA QUE DESARROLLAN PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LOS ESTUDIANTES DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES DE LA CORPORACIÓN UNIVERSITARIA IBEROAMERICANA

MEDIATING INNOVATIVE STRATEGIES AND LEARNING PROCESSES THAT DEVELOP MATHEMATICAL THINKING IN STUDENTS OF THE FACULTY OF BUSINESS UNIVERSITY CORPORATION IBEROAMERICANA

Investigador Principal

Yeimy Julieth Moreno Jiménez

Nombre Editores

Diciembre 12 de 2014

Agradecimientos

Con el corazón lleno de alegría expreso mi gratitud:

A Dios, esposo, hija, mamá y familia quienes son la inspiración de mis productos académicos e intelectuales, por ellos me he formado en este campo profesional.

A los docentes de Ciencias Básicas, Carlos Montes, Jenny Tiusaba, Pablo Cubides y Andrés Arcos junto con su grupo de estudiantes permitieron las grabaciones de clases de matemáticas

A la Corporación Universitaria Iberoamericana por el apoyo constante en el proyecto.

A todas las personas que de una u otra manera hicieron posible este gran esfuerzo.

Prólogo

Este trabajo de investigación presenta la propuesta de estrategias mediadoras que permiten mejorar el desarrollo del pensamiento matemático en las dimensiones que contempla las matemáticas en la Corporación Universitaria Iberoamericana.

A lo largo de los capítulos se encontrará el camino que se siguió para llegar a los resultados obtenidos. En el primer capítulo se encontrarán los referentes teóricos del presente proyecto donde se enmarca el concepto de pensamiento matemático, eje central del presente proyecto; en el segundo capítulo se presenta el enfoque metodológico en el tercer y cuarto capítulo las fases que se realizaron en el proyecto junto con sus respectivos resultados.

Cabe aclarar que este escrito presenta un proceso de recolección de datos cualitativos, el cual entrega como resultado posibles estrategias vistas a lo largo de las grabaciones que permiten mejorar en los estudiantes de la Corporación Universitaria Iberoamericana fortalecer su desarrollo de pensamiento matemático enmarcado a los conocimientos que se ven en la asignatura de matemáticas de la Institución.

Finalmente, las conclusiones de este proyecto se presentan en el último capítulo, donde se podrá constatar que el cuerpo del documento fue el camino para la elaboración de las conclusiones.

Resumen

La matemática como asignatura, hace parte integral de los programas académicos de la Iberoamericana, siendo base de la formación de profesionales de las diversas disciplinas que componen su oferta académica.

Sin embargo, recurrentemente, la matemática ha tenido una amplia perspectiva de complejidad dado el supuesto grado de dificultad requerido para su comprensión y posible aplicación en los temas propios del ámbito de formación profesional; se suma también a esta perspectiva, la marcada orientación pedagógica y didáctica centrada en priorizar la capacidad de desarrollar mecánicamente operaciones, sin enfoques o perspectivas contextualizadas frente a su uso en aplicaciones disciplinares o profesionales, por parte de quienes teniendo la responsabilidad de su enseñanza (docentes, tutores o profesores); es decir, formas de enseñanza que no generan estructuras de pensamiento en los estudiantes, impidiendo así la generalización, abstracción, relacionamiento o comprensión de la matemática y sus aplicaciones, que generan resultados poco impactantes en los procesos de desarrollo de pensamiento matemático de los estudiantes.

En el marco del desarrollo educativo planteado por el MEN con “la formulación [de] las competencias en educación superior [...] [que contribuyen] a superar aquellas visiones tradicionales que privilegiaban la simple transmisión y memorización de contenidos, a favor de propuestas pedagógicas que [...] paulatinamente permitan a los estudiantes [...] comprender los conocimientos y utilizarlos efectivamente fuera y dentro de lo educativo [...] (MEN 2009; 1), resulta prioritario propender por el desarrollo de las estructuras mentales necesarias para que los estudiantes cimenten la

base de sus procesos de pensamiento, permitiéndoles a su vez la comprensión de su ejercicio profesional y disciplinar desde las aplicaciones de la matemática.

Varios estudios en procesos de desarrollo de pensamiento matemático, provenientes de distintos grupos de investigación de universidades como la Universidad Pedagógica Nacional, Distrital Francisco José de Caldas, del Valle, entre otras; han puesto su atención en el desarrollo del pensamiento matemático en la educación básica y media. Sin embargo, no sucede lo mismo en materia de educación superior. De los escasos estudios existentes, se destacan los desarrollados por la Universidad de Antioquia (en una línea de investigación) que busca mejorar la enseñanza en los cursos superiores de matemáticas, deteniéndose en los procesos cognitivos involucrados en el pensamiento matemático avanzado. Tres trabajos adicionales, escritos por Gómez (2009), Sánchez (2009) y uno adelantado en la Universidad de Complutense de Madrid; cuyo análisis se centra en la necesidad de estrategias de enseñanza para que los estudiantes universitarios desarrollen pensamiento matemático.

El presente proyecto propone la diversificación y apropiación de estrategias innovadoras pertinentes al desarrollo de estructuras mentales para la comprensión de la matemática (pensamiento matemático), en estudiantes del programa de contaduría de las IES Iberoamericana, partiendo de una serie de pruebas diagnósticas que identificarán los procesos que deben ser desarrollados y su estado, verificando las estrategias a implementar y finalmente validar; con el fin de formar profesionales que puedan “adquirir una competencia emergente que le permita identificar más fácilmente posibles estructuras, conexiones inadvertidas y patrones que se esconden en los problemas de su profesión”. (TORO, 2000)

Palabras Clave:

Educación Superior, pensamiento matemático, pensamiento matemático elemental, pensamiento matemático avanzado, Estrategias mediadoras, estrategias innovadoras

Abstract

Mathematics as a subject is an integral part of the academic programs of the Latin American, being based on the training of professionals in the various disciplines that make up its academic offerings.

However, recurrently , mathematics has had a broad perspective of complexity given the degree of difficulty required course for understanding and possible application in the items specific field of vocational training also adds to this perspective , the marked professional guidance focused on prioritizing the ability to mechanically develop operations without approaches or contextualized perspectives on its use in disciplinary or professional applications , by those taking responsibility for their education (teachers, tutors or teachers) , i.e. , forms of teaching not generate structures of thinking in students , thus preventing generalization, abstraction , relationship or understanding of mathematics and its applications , which generate some impressive results in the development processes of mathematical thinking of students.

Under the educational development posed by the MEN to " the formulation [of] higher education responsibilities [...] [I help] overcome those traditional views that

avored the simple transmission and storage of content for pedagogical proposals [...] gradually allow students [...] understanding and using knowledge effectively inside and outside the educational [...] (MEN 2009 , 1) , is a priority seek to develop the necessary mental structures for students that have the basis of their thought processes , allowing in turn the understanding of their practice and discipline from applications of mathematics.

Several studies in development processes mathematician from different research groups in universities and the National Pedagogical University, District Francisco José de Caldas, Valle, among other thought, have turned their attention to the development of mathematical thinking in basic education $\frac{1}{2}$. However, not the case in higher education. Of the few existing studies , it highlights developed by the University of Antioquia (in a line of research) that seeks to improve teaching in higher math courses , stopping on the cognitive processes involved in advanced mathematical thinking. Three additional papers, written by Gomez (2009), Sánchez (2009) and one in front of the University Completeness of Madrid, whose analysis focuses on the need for teaching strategies for college students to develop mathematical thinking.

This project proposes the appropriation of diversification and innovative strategies relevant to the development of mental structures for understanding mathematics (mathematical thinking) in Accounting program students of the Iberoamericana IES , based on a series of diagnostic tests that identify the processes to be developed and their status , checking strategies to implement and validate finally , in order to train professionals who can " acquire emerging competition that allows you to more easily identify possible structures , unnoticed connections and patterns that are hidden in the problems of their profession. " (TORO, 2000)

Key Words:

Higher Education, mathematical thinking, elementary mathematical thinking, advanced mathematical thinking, mediating strategies, innovative strategies

Índice

Introducción (Contextualización y Planteamiento del Problema)

Capítulo I - Fundamentos Teóricos

Capítulo II- Metodología

2.1 Tipo y Diseño de Investigación

Capítulo III- Aplicación y Desarrollo (Procedimiento)

Capítulo IV- Resultados

Capítulo V - Discusión

Capítulo VI - Conclusiones

Referencias

Índice de Figuras

Figura 1. Proceso metodológico

Figura 2. Estudio de caso

Figura 3. Fases de la investigación

Figura 4. Clase del 27 de septiembre

Figura 5. Clase del 1 de octubre de 2013

Figura 6. Clase del 10 de septiembre de 2013

Figura 7. Categorías identificadas de las grabaciones

Figura 8. Desarrollo del pensamiento

Figura 9. Diagrama de barras frecuencias de las categorías.

Figura 10. Actividad 1 del desarrollo del pensamiento

Figura 11. Actividad 2 del desarrollo del pensamiento

Figura 12. Actividad 3 del desarrollo del pensamiento

Figura 13. Actividad 4 del desarrollo del pensamiento

Figura 14. Actividad 5 del desarrollo del pensamiento

Figura 15. Actividad 6 del desarrollo del pensamiento

Figura 16. Actividad 7 del desarrollo del pensamiento

Figura 17. Actividad 8 del desarrollo del pensamiento

Figura 18. Actividad 9 del desarrollo del pensamiento

Índice de Tablas

Tabla 1. Descripción de grabaciones periodo 2013 - II

Tabla 2. Descripción de grabaciones periodo 2014- I

Tabla 3. Asignaturas analizadas

Tabla 4. Matriz de análisis de categorías.

Tabla 5. Matriz de relación de las asignaturas del programa

Tabla 6. Frecuencias de las categorías encontradas

Tabla 7. Relación del pensamiento matemático con el área profesional

Tabla 8. Etapas para el desarrollo de una clase

Introducción (Contextualización y Planteamiento del Problema)

El inicio de la década de 1990, marcó un hito en la historia colombiana con la reforma y promulgación de la Constitución Política de 1991; en ella el Estado declaró que “La educación es un derecho de la persona con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano [...], para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente.” (Constitución Política de la República de Colombia 1991, Artículo 67), dándole al sistema educativo un nuevo horizonte, y convirtiéndolo en base del desarrollo de la nación.

El propósito educativo constitucional tuvo pronta reglamentación con la Ley 115 de febrero 08 de 1994 que estableció las áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que deben ser ofrecidas en el sistema educativo (Ley General de Educación 1994, Artículo 23), de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional. En el literal 8 del Artículo 23 de la mencionada ley, aparecen las Matemáticas como área prioritaria, cuya orientación – desde el ciclo primaria – se delineó hacia “El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos” (ley General de Educación 1994, Artículo 21, literal e). Posteriormente, en el ciclo de secundaria de la educación básica, las Matemáticas se en rutan hacia “El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana;” (Ley General de Educación 1994, Artículo 22 literal c). Finalmente, dicha ley perfila y reitera que la educación media académica profundizará los aspectos

previamente demarcados en los niveles que la preceden.

Sin embargo la legislación y normatividad no consideraron implicaciones para los niveles de formación en la educación superior, en cuyo caso el área de las Matemáticas se inserta inicialmente como disciplina dentro del campo de acción de las Ciencias, vinculadas a las denominadas Ciencias Básicas, cuya regulación se adelanta en la Comisión Nacional de Aseguramiento de la calidad de la Educación Superior en la Sala de Ingeniería, Arquitectura, Matemáticas y Ciencias Físicas (SACES 2011), cuando de programas académicos se trata, a menos que se encuentre mediada por ciencias de la educación, en cuyo caso es considerada en la Sala de Educación (por ejemplo los programas de Licenciatura en Matemáticas).

No obstante, se espera que el estudiante de Educación Superior haya alcanzado los tipos de razonamientos que la ley general de educación establece; pero particularmente en nuestra Institución no evidencia esos esenciales, un ejemplo de ello son las pruebas diagnósticas que los estudiantes presentan al ingresar, aproximadamente el 80% pierden la prueba.

Otro factor es el rendimiento y mortalidad en la asignatura de matemática básica, pues los estudiantes no presentan buen rendimiento ni en las pruebas de control como en las parciales y sumado a eso la mortalidad en cada una de los programas referentes a dichas asignaturas es aproximadamente del 45%. Cabe anotar que las temáticas que se ven en esta asignatura son de la educación básica y media (Lógica, conjuntos, aritmética y álgebra) y se supondría que la mayoría de los estudiantes tendrían un conocimiento previo a ello por su formación en el colegio.

Se ha evidenciado que los estudiantes llegan a la Universidad predispuestos con la

matemática porque la ven aburrida, temerosa y sin un sentido frente a su profesión, piensan que no son útiles en su vida y en su profesión. Desde esta perspectiva surge precisamente la necesidad de modificar la visión meramente algorítmica de las matemáticas (como ya se ha mencionado) al seguir pasos de repetición y memoria, para buscar la formación de sujetos que afiancen esquemas de cognición propios, mediante estructuras de pensamiento, expresión, valoración y comunicación racional, al pretender que cada sujeto, piense matemáticamente (entendiéndose como capacidad de sistematización y contextualización del conocimiento de las Matemáticas en problemas del contexto disciplinar o profesional), construcción que se hace efectiva mediante la abstracción reflexiva que dicho sujeto hace de las relaciones planteadas por sí mismo, frente a su propia realidad y las múltiples representaciones del mundo generadas en la experiencia.

Por ende, la formación de profesionales, particularmente en la facultad de Ciencias Empresariales (siendo la población de estudio de este proyecto); no puede estar alejada de este enfoque de desarrollo del pensamiento, por lo cual se debe tener en cuenta que los procesos de enseñanza y aprendizaje permiten determinar (en primera instancia) el nivel de pensamiento matemático que tienen los estudiantes al ingreso a la educación superior, específicamente cuando inician su formación en la Iberoamericana, para buscar así el fortalecimiento y avance hacia el desarrollo de un pensamiento matemático que aporte en el razonamiento, deducción y abstracción en los procesos de formación de los futuros contadores, administradores y tecnólogos en logística.

El pensamiento matemático desde la perspectiva que atañe al presente proyecto se funda en las manifestaciones de razonamientos, abstracciones, generalizaciones y en forma general los procesos mentales que los estudiantes muestran en situaciones formativas de su ámbito profesional. En este orden de

ideas, la cuestión neurálgica del presente proyecto, se funda en la necesidad de encontrar estrategias mediadoras e innovadoras que permitan al estudiante pensar matemáticamente sus problemas profesionales y disciplinares; dando paso a la cuestión *¿Cómo innovar los procesos de enseñanza para el desarrollo de estructuras y procesos mentales constitutivos del pensamiento matemático, en la formación de estudiantes de pregrado de la facultad de Ciencias Empresariales de la Corporación Universitaria Iberoamericana?*

Este trabajo de investigación, gira entonces, en torno a la naturaleza, el origen y el alcance del desarrollo del pensamiento matemático desde la perspectiva de las estructuras y procesos mentales que lo constituyen, procurando evidenciar las posibles estrategias mediadoras e innovadoras que inciden en la formación de los estudiantes de la facultad de Ciencias Empresariales de la Corporación Universitaria Iberoamericana.

Por lo tanto, el proyecto de investigación plantea como **objetivo general**: Diseñar y consolidar un conjunto innovador y mediador de estrategias pedagógicas que permitan el desarrollo de pensamiento matemático en estudiantes de la facultad de Ciencias Empresariales de la Corporación Universitaria Iberoamericana

El objetivo conlleva a:

- Identificar los procesos de pensamiento matemático desde las estructuras y procesos mentales que lo constituyen, cuyo desarrollo incide en la formación de los estudiantes de pregrado de la facultad de ciencias empresariales de la Corporación Universitaria Iberoamericana, mediante el análisis de grabaciones de clase.

- Determinar las rutas de aprendizaje desde las estructuras y procesos mentales que orientan el desarrollo del pensamiento matemático en la facultad de ciencias empresariales de la Corporación Universitaria Iberoamericana, mediante un análisis de contenido.
- Consolidar el conjunto de estrategias de enseñanza que fomentan el desarrollo del pensamiento matemático, desde sus estructuras y procesos mentales, en estudiantes de pregrado de la facultad de ciencias empresariales de la Corporación Universitaria Iberoamericana, por medio de una serie de e.book.

Capítulo I - Fundamentos Teóricos

Desarrollar una investigación sobre el desarrollo del pensamiento matemático dentro de la Educación Superior en los procesos de investigación formativa, que cambie los paradigmas en los procesos pedagógicos de la educación superior en lo concerniente a la matemática, requiere de un estudio teórico bastante complejo en cuanto a su profundidad, pues los referentes teóricos están basados en los referentes propuestos por Tall y Dubinsky.

En primer lugar, se realizó una contextualización sobre Pensamiento, luego se relaciona con la matemática como soporte del desarrollo el pensamiento matemático en la universidad desde el cual se plantea la posibilidad de brindar herramientas esenciales para la construcción y potenciación de dicho pensamiento en la formación de los estudiantes desde la perspectiva de enseñanza.

Por su parte, la propuesta de formación basada en competencias del Ministerio de Educación Nacional involucra el área de matemáticas como competencia emergente dentro del proceso de formación de sujetos autónomos, enfatizándola como producto de la mente humana, dada su eficiencia para organizar, formar y abstraer el pensamiento, priorizando así, diversas propuestas pedagógicas que permitan a los estudiantes comprender y utilizar el conocimiento de la formación profesional dentro de su campo de acción.

ANTECEDENTES

Es precisamente este tipo de pensamiento, planteado en todas las disciplinas

asociadas con la formación de profesionales, donde se encuentra inmersa la estructura matemática que – como ciencia formal y lenguaje de interpretación de la realidad – genera un pensamiento organizado, formalizado y abstracto útil para resolver problemas, reflexionarlos, analizarlos o plantear críticamente conceptos relacionados con aquello que se está estudiando, sirviendo de base y estructura para la formación profesional y disciplinar en sí misma.

Partiendo del supuesto que la matemática es uno de los ejes fundamentales en las competencias genéricas, la disciplina en sí misma no puede ser vista como una caracterización tradicionalmente ligada al algoritmo (como en el método científico) que por su objetividad, racionalidad y sistematicidad permite almacenamiento de resultados y su reproducibilidad, sino que debe identificarse con “el desarrollo de una forma de pensamiento matemático que se construye conjuntamente con [...] el lenguaje simbólico, la demostración, la explicación lógica, etc.” (SILVESTRI, 2002), en otras palabras, como el tipo de pensamiento que tiene la misión y tarea de desarrollar, relacionar, buscar, organizar, reorganizar, transformar y emplear creativamente la información con diferentes fines y representaciones en el campo profesional de cada individuo.

Así mismo, las estrategias pedagógicas que se están llevando a cabo en la Educación Superior cuando se habla de matemáticas se han centrado más en la repetición de algoritmos, aprendizaje de memoria de fórmulas, conceptos y soluciones de ejercicios o problemas, que no ayudan al estudiante a pensar matemáticamente su entorno social.

En esta medida, es probablemente seguro que las Matemáticas ayuden a desarrollar un pensamiento más amplio, crítico, reflexivo, razonable, sistémico y sistemático; haciendo realidad el ideal educativo de formar sujetos íntegros e integrales, que tengan amplias capacidades para involucrarse en el mundo, produciendo o generando

conocimiento desde la profesión específica que constituye su acervo cultural, laboral e incluso ocupacional; requiriendo así, un enfoque específico de desarrollo de tal pensamiento, a la luz de las bases, fundamentos y construcciones que preceden la formación profesional o pre-gradual (según el sistema de educación colombiano). Sin embargo, preliminarmente se debe conocer el nivel de pensamiento matemático de los estudiantes y a su vez potencializar el pensamiento avanzado que teóricamente debería tener en la universidad, a través de procesos cada vez más asertivos y eficientes de enseñanza orientada al aprendizaje.

En la educación superior, los **rastros bibliográficos** y consultas realizadas a la fecha solamente han permitido relacionar cuatro trabajos de investigación en el área y tema, evidenciando así la necesidad de una ruptura del método tradicional que actualmente se está llevando en las universidades en pro del desarrollo de estructuras y procesos mentales que se orienten hacia una mejor formación en los profesionales, particularmente en la facultad de Ciencias Empresariales, dada su cercanía en el manejo de cantidades y operaciones numéricas.

Distintas investigaciones realizadas por la Universidad Pedagógica Nacional, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Universidad Santo Tomás, Universidad de Antioquia y Universidad del Valle; así como propuestas formativas acerca del desarrollo del pensamiento como el proyecto Zero de Harvard, el proyecto de Inteligencias Múltiples, Matemáticas para la vida del Colegio Alberto Merani – pedagogía conceptual – el Club de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional y el proyecto juega y construye la matemática del Colegio Champagnat (Comunidad de Hermanos Maristas de la Enseñanza), entre otras; han adelantado estudios centrados en la relación entre desarrollo del pensamiento matemático y estrategias de aprendizaje y enseñanza en la asignatura de matemática, orientados particularmente en la educación media y básica.

Sánchez Manuel (2009) presenta un estudio de la situación actual de las matemáticas en los primeros cursos de economías y empresariales desde una perspectiva cognitiva. En el trabajo que presenta el autor se destaca la importancia y necesidad de realizar algunos cambios metodológicos dentro de los primeros cursos de matemáticas dictados en la Universidad. Cambios metodológicos que conllevan principalmente a una aproximación al pensamiento matemático y así entender, comprender y abstraer fenómenos de la realidad.

Gómez (2009) recoge varios factores en la transición que tienen los estudiantes entre el bachillerato a la universidad, en el documento señala que este tipo de transición está ligada tanto los procesos conativos¹ como los cognoscitivos, “si las actitudes negativas o los estados de ansiedad hacia la matemática han bloqueado la capacidad de razonamiento, un paso importante es conseguir que el pensamiento siga funcionando”, por tanto es importante que desarrollar habilidades en los procesos de pensamiento generando estructuras fuertes para pensar la investigación misma.

Gallego (2012) en su libro *la enseñanza del saber matemático en la universidad* además de explicitar y analizar las formas de enseñanza de profesores universitarios para dar cuenta del saber matemático en la universidad; pone de manifiesto que el saber matemático en la universidad debe ser investigado porque es una necesidad para lograr avanzar hacia procesos de formación en estudiantes de educación superior.

Sobre pensamiento matemático se ha empezado a estudiar desde el año 2000, varios de las investigaciones propuestas en la línea de educación matemática, en la universidad Pedagógica Nacional, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Universidad del valle, Universidad Industrial de Santander, Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín, Universidad de Sucre, Universidad de Antioquia,

¹ Conativo referido a las actitudes hacia la matemática

Universidad Antonio Nariño, han enfatizado en el desarrollo de cada uno de los tipos de pensamiento que propone el MEN; después de realizar varias consultas desde las base de datos de COLCIENCIAS y de las bibliotecas de las universidades, se concluye que dichas investigaciones se centran –en su mayoría- en la educación media y básica², en donde se resaltan cuatro tipos de documentos para los niveles superiores³.

En primer lugar, el artículo publicado por Roberto Behar y Pere Grima en la Universidad del Valle, donde se menciona la relación existente entre la forma como se conduce el proceso de enseñanza – aprendizaje y las metas que se pretenden lograr con el proceso. Este artículo por medio de múltiples interrogantes plantea la necesidad de buscar métodos, acciones y respuestas a la pregunta que resaltan los autores en su texto, cómo propiciar pensamiento estadístico en la universidad.

En segundo lugar, Ruesga y Orozco (2006) en una investigación de carácter cuantitativo, realizada con dos grupos de estudiantes universitarios de la Universidad del Valle - el primero grupo elegido (alto rendimiento académico) con bases suficientes en matemáticas y el segundo grupo (bajo rendimiento académico) cursan estudios relacionados con el área humanística - cuya finalidad es comparar el razonamiento lógico que emplean los estudiantes sobre contextos matemáticos, señalando que si se tiene más bases matemáticas es porque tiene un pensamiento lógico acorde con el necesario para el pensamiento matemático. Dentro de las conclusiones se enuncia que la matemática hace un gran aporte a la formación del individuo pues el grupo que ha tenido un alto rendimiento (los que poseen bases matemáticas) han optado su forma de razonar en la vida cotidiana a los requerimientos que la matemática demanda.

² Campo de acción que no es de interés para este estudio

³ Cabe resaltar que para la educación superior se encaminan pensamiento matemático avanzado, es decir un pensamiento que sobrepasa en abstracción y razonamiento a los tipos de pensamientos propuestos por los estándares de educación en básica y media.

En el año 2002 Jaramillo, Torres y Esteban presentaron la formación de la línea de investigación en pensamiento matemático avanzado en la maestría en educación de la Universidad de Antioquia, cuyo trabajo era presentar una la línea de investigación con dos facetas: una matemática, otra psicológica.

El propósito de mejorar la enseñanza en los cursos superiores exige un estudio detenido de los procesos cognitivos involucrados en el pensamiento matemático avanzado, como son los procesos de abstracción, análisis, elaboración de conjeturas, definición, demostración, formalización, generalización, síntesis, representación, conceptualización, inducción y visualización. El profesor debe buscar que estos procesos se produzcan en la mente del estudiante, pero ellos no se generan espontáneamente y, además, no siempre se dan de manera consciente.

Finalmente un cuarto antecedente realizado en la Universidad Complutense de Madrid con 52 estudiantes en el primer curso de licenciatura en matemáticas, este estudio de tipo cualitativo se centró en explorar los procesos y las potencialidades de la visualización en el proceso de enseñanza y aprendizaje del curso de Análisis; en primer lugar el estudio enfatiza que las investigaciones se están centrando en la educación media y básica y que hay muy pocos estudios en la educación superior; y en segundo lugar el documento enfatiza en gran medida a los procesos de enseñanza, pero qué pasa con el proceso de aprendizaje faltaría enfatizar en el pensar matemáticamente para la educación superior como es el horizonte del presente proyecto.

1.1. PENSAMIENTO

La fundamentación teórica que apoya el modelo para el desarrollo del pensamiento y sus aplicaciones descansa en teorías acerca del funcionamiento de la mente, los procesos mentales, la estimulación del intelecto y los fenómenos cognitivos que acompañan el acto mental. Dichas teorías provienen de la psicología y de la ciencia cognitiva (Gardner, 1985; Glas y Holyoak, 1986; Jones e Idol, 1990), de los modelos actuales que explican la inteligencia humana (Sternberg, 1985 y 1987; Gardner, 1983; Goleman, 1986) y del paradigma de procesos (Sánchez, 1985 y 1992).

Simon (1979, 1985) considera que el pensamiento se manifiesta patente en un amplio dominio de tareas que involucran recordar, aprender, resolver problemas, inducir reglas, definir conceptos, percibir y reconocer estímulos, comprender, etcétera. El autor presenta un modelo coherente de procesamiento de información para definir el pensamiento constituido por componentes capaces de generar conductas inteligentes en cada uno de estos dominios y caracteriza el pensamiento como un proceso de búsqueda selectiva seriada a través de un amplio espacio de alternativas, guiado por mecanismos motivacionales que operan a través de una adaptación dinámica de los niveles de aspiración.

Mayer sugiere una definición general única, que incluye tres conceptos básicos.

1. Pensar es cognoscitivo, se infiere directamente de la conducta. Ocurre internamente en la mente o sistema cognoscitivo de la persona.
2. Pensar es un proceso que involucra la manipulación de un conjunto de operaciones sobre conocimiento en el sistema cognoscitivo.
3. Pensar es un proceso dirigido que permite resolver problemas. En otras palabras, pensar es lo que pasa en la mente de un sujeto cuando resuelve un problema, esto es,

la actividad que mueve al individuo (o trata de moverlo) a través de una serie de etapas o pasos de un estado dado a uno deseado.

Cuando se habla del desarrollo del pensamiento dentro del campo de la psicología del desarrollo por lo general se piensa en la manera como cambia cognitivamente el individuo en relación con su crecimiento. Pág. 14, desarrollo del pensamiento.

Para estudiar la inteligencia desde el punto vista psicológico, se han identificado tres enfoques: enfoques propiamente desarrollistas, enfoques psicométricos, enfoques de procesamiento de información pagina 14.

El desarrollo del pensamiento no se logra con actividades de naturaleza técnica pedagógica, hay que ir más allá: se requiere de un sentido, de una teoría, de una práctica educativa, y es por ello que la investigación y la innovación educativa se hace necesaria. Página 18, desarrollo del pensamiento.

Los procesos mentales desde la psicología y el estudio de las funciones mentales.

El pensamiento matemático es como interpreta la gente un contenido específico (Ricardo Cantoral) caracterizar o modelar los procesos de comprensión de los conceptos y procesos propiamente matemáticos.

Procesos de razonamiento de los estudiantes, es decir entender las razones, los procedimientos, las explicaciones, las escrituras o las formulaciones verbales que el estudiante construye para responder a una tarea matemática. Ricardo Cantoral

El pensamiento matemático opera sobre una red compleja de conceptos ya pueden ser avanzados o elementales. Ricardo Cantoral

Como funciona su pensamiento matemático para ayudarle a su aprendizaje

Nociones (el proceso y el objeto) en función de la situación y de la contextualización que el alumno tenga.

La generalización no puede ser arbitraria debe garantizar que los nuevos objetos y sus significados no contradigan los anteriores (necesidad)

La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades de pensamiento

Pensar es cognoscitivo (mente)

Pensar es un proceso que involucra la manipulación de un conjunto de operaciones sobre conocimiento en el sistema cognoscitivo.

Pensar es un proceso dirigido que permite resolver problemas. Pensar es lo que pasa en la mente de un sujeto cuando resuelve un problema (etapas o pasos de un estado dado a uno deseado).

Pensar es un proceso mental por medio del cual el individuo da sentido a su experiencia.

El conocimiento es selectivo, fragmentado, cambiante y tentativo. Describir los procesos de desarrollo del pensamiento

Se presenta a continuación algunos referentes teóricos, teniendo en cuenta la evolución histórica del pensamiento desde la psicología del aprendizaje que es donde yace gran parte del desarrollo del pensamiento.

Dado que la actividad humana involucra procesos de razonamiento y factores de experiencia cuando se desempeñan cualquier clase de funciones, nos interesa que al hablar de pensamiento matemático nos ubiquemos en el sentido de la actividad matemática como una forma especial de actividad humana. De modo que debemos interesarnos por entender las razones, los procedimientos, las explicaciones, las escrituras o las formulaciones verbales que el alumno construye para responder a una tarea matemática, del mismo modo que nos ocupamos por descifrar los mecanismos mediante los cuales la cultura y el medio contribuyen en la formación de los pensamientos matemáticos.

Nos interesa entender, aun en el caso de que su respuesta a una pregunta no se corresponda con nuestro conocimiento, las razones por las que su En este sentido es que nos interesa analizar las ejecuciones de los alumnos ante tareas matemáticas, tanto simples como complejas, como formas de entender el proceso de construcción de los conceptos y procesos matemáticos, al mismo tiempo que sabremos que en esa labor su propio pensamiento matemático está también en pleno curso de constitución Si quisiéramos describir el proceso de desarrollo del pensamiento matemático tendríamos que considerar que éste suele interpretarse de distintas formas: por un lado se le entiende como una reflexión espontánea que los matemáticos realizan sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en matemáticas. Por otro lado, se entiende al pensamiento matemático como parte de un ambiente científico en el cual los conceptos y las técnicas matemáticas surgen y se desarrollan en la resolución de tareas. Por último una tercera visión considera que el pensamiento matemático se desarrolla en todos los seres humanos en las múltiples tareas cotidianas.

Desde esta última perspectiva, el pensamiento matemático no está enraizado ni en los fundamentos de la matemática ni en la práctica exclusiva de los matemáticos, sino que trata de todas las formas posibles de construir ideas matemáticas, incluidas aquellas que provienen de la vida cotidiana. Por tanto, se asume que la construcción del conocimiento matemático tiene muchos niveles y profundidades; por citar un ejemplo,elijamos el concepto de volumen, el cual es formado de diferentes propiedades y diferentes relaciones con otros conceptos matemáticos.

Los niños de seis a siete años suelen ocuparse de comparar recipientes, quitarles y agregarles líquido y medir de algún modo el efecto de sus acciones sobre el volumen, aunque la idea de volumen no esté plenamente construida en su pensamiento. En tanto que algunas propiedades tridimensionales del volumen de los paralelepípedos rectos o los prismas —como por ejemplo las relaciones que se pueden encontrar entre longitudes, áreas y volúmenes— se abordan en la escuela cuando los jóvenes tienen entre 15 y 16 años; sólidos de revolución e integrales múltiples se estudian entre los 18 y 21 años; de manera que el pensamiento matemático sobre la noción de volumen

se desarrolla a lo largo de la vida de los individuos. Por tanto, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela debería tomar en cuenta dicha evolución.

De este modo habremos de entender, en un sentido moderno, que el pensamiento matemático incluye, por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos y, por otro, procesos del pensamiento avanzados, como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento mediante hipótesis. El pensamiento matemático, entonces, debe operar sobre una red compleja de conceptos, unos avanzados y otros más elementales. Quizás por eso los estudiantes no puedan entender lo que significa una ecuación diferencial al menos de que entiendan a un cierto nivel, que va más allá del sólo manejo de las técnicas asociadas, otros conceptos matemáticos, como la diferencial, la integral, la función, la variable o, incluso, el número, y además deben articularlos bajo diferentes contextos de representación, como formas gráficas, ordenamientos numéricos, representaciones analíticas, lenguaje natural o procesamiento icónico de la información.

Piaget

"Ambos conocimientos en físico y el lógico-matemático, implican acciones sobre los objetos. El conocimiento lógico matemático, requiere de una coordinación de actividades físicas y mentales. Las acciones físicas, por si mismas, son condicionadas también de muchas maneras; por ejemplo juntando, ordenando, colocando en correspondencia.

Las ideas lógicas si cuentan. No pueden ser transmitidas de boca en boca. Deben ser creadas por el niño a través de su acción con objetos.

Lógica de las acciones

El lenguaje es una forma de expresar el pensamiento, más no es el pensamiento mismo. Los pensamientos no siempre se acompañan de palabras. El lenguaje es una condición necesaria para el desarrollo del pensamiento. Generalmente el pensamiento

forma se expresa verbalmente. (Niveles del pensamiento). El progreso que realiza un niño en esos encuentros depende en gran parte de su nivel de partida.

Para Piaget el conocimiento es una interpretación de la realidad que el sujeto realiza interna y activamente al actuar en forma recíproca con ella, el grado de esta actividad varía según el tipo de conocimiento que se está adquiriendo. Cree que el aprendizaje tiene lugar dentro del amplio proceso de desarrollo que vincula una serie de reorganizaciones intelectuales progresivo, durante estas reorganizaciones se revisan, aumentan y comparan comprensiones parciales del niño para interrelacionarse más efectivamente con el medio ambiente.

Operaciones lógicas (reversibilidad, conservación, orden, clasificación)

Piaget “la matemática se ha enseñado como si fuera solamente una cuestión de verdades comprensibles mediante un lenguaje abstracto; aun más, mediante a que lenguaje especial que utilizan quienes trabajan en matemática. La matemática es antes que nada, y muy importante, acción ejercida sobre las cosas” 166

Diagrama pagina 280.

Pensamiento matemático elemental

Cuando nos referimos al sistema educativo, es fácil delimitar la enseñanza primaria y la secundaria o el bachillerato apoyándonos en las edades y cursos establecidos en cada etapa. Sin embargo, cuando hablamos del pensamiento matemático es más difícil delimitar o establecer una separación significativa entre el pensamiento matemático elemental y el pensamiento matemático avanzado.

Dos investigadores, David Tall y Tommy Dreyfus, han elaborado una teoría cognitiva con relación al desarrollo y crecimiento del pensamiento matemático avanzado y es el mismo Tall (1996) quien afirma que el lugar donde el pensamiento matemático elemental se convierte en avanzado no se ha definido con precisión. Sin embargo, se reconoce la existencia de una diferencia o discontinuidad entre ambos pensamientos, especialmente en cuanto a las características de su enseñanza y evaluación. Otros

autores, como Aline y Schwarzenbergen (1991), comparan el pensamiento matemático avanzado con el elemental y señalan las siguientes tendencias:

- Enseñar una mayor cantidad de conceptos en menor tiempo.
- Enseñar con mayor frecuencia los contenidos del currículo de manera formal antes que el estudiante se haya familiarizado con ellos de manera informal.
- Enseñar conceptos que históricamente evolucionaron muy lentamente y, al mismo tiempo, exigir el aprendizaje de demostraciones estándar y la realización de construcciones mentales abstractas.
- Enseñar una mayor cantidad de conocimientos matemáticos y exigir la comunicación de los mismos y el aumento de estrategias de trabajo; esperar, además, que los estudiantes adquieran la habilidad de distinguir entre pensamiento matemático y metamatemática.

También se refieren a la dificultad de evaluar a los estudiantes en tiempos cortos y la de reducir las actividades a tareas elementales; de esta manera se debe facilitar una evaluación que tome en cuenta la comprensión, el análisis y la síntesis, y no sólo la reproducción de conocimientos por parte del estudiante.

Tall (1995) afirma que el paso del PME al PMA implica una transición significativa que requiere una reconstrucción cognitiva. Esta reconstrucción implica, por un lado, el paso de «describir» a «definir», y por otro, el paso de «convencer» a «demostrar». Se podría decir que los alumnos que se encuentran en la franja de edad de 16-20 años, aproximadamente, son los que están en esta época de transición; se trata de alumnos de Bachillerato y primeros cursos de Universidad. Los estudiantes a los cuales hemos planteado un cuestionario con cinco problemas se encuentran en la primera etapa de esta franja.

Es en la década de los años setenta y primeros años de los ochenta cuando se detecta la diferencia entre los conceptos concebidos y formulados por la matemática formal y las interpretaciones de los estudiantes. Tall y Vinner (1981) explicaron esta distinción

y definieron los términos «concept image» y «concept definition» que nosotras llamamos esquema conceptual y definición del concepto, respectivamente (Azcárate, 1990). Inicialmente, Tall y Vinner describieron el esquema conceptual que tiene un alumno de un concepto matemático como toda la estructura cognitiva asociada al concepto, la cual incluye todas las imágenes mentales, las propiedades y los procesos asociados a la noción matemática. También explican que el esquema conceptual no necesariamente es coherente en todo momento y que los alumnos pueden evocar imágenes contradictorias en momentos diferentes. Cuando hablan de la definición del concepto se refieren a una definición verbal, «una sucesión de palabras para especificar el concepto».

Por otro lado, dada la naturaleza de los objetos matemáticos también es importante distinguir los objetos mentales y los objetos físicos. Los objetos matemáticos tienen un significado más abstracto y son de naturaleza distinta a los objetos visuales como percepciones de los objetos físicos del mundo exterior.

Un ejemplo típico es el de los objetos matemáticos como punto y línea. En el mundo real, un punto es una marca de un lápiz no prolongada y con medida finita; sin embargo, en matemática, tal concepto es abstracto, tiene posición pero sin medida. Cuando nos referimos a la estructura cognitiva, decimos que el esquema conceptual usa el símbolo para conectar convenientemente procesos y relaciones; de esta manera, en la mente se tienen símbolos que se pueden manipular como objetos mentales, sin ser necesariamente objetos físicos.

Siguiendo el ejemplo anterior, se tiene entonces, que el punto y la línea, en sentido físico, son la representación semiótica de los objetos matemáticos punto y línea. En la actividad matemática es importante que se diferencie la representación del objeto del objeto matemático. El profesor Duval (1996, 1999) ha desarrollado una teoría cognitiva de las representaciones semióticas.

Duval, al interrogarse sobre si los medios estructuralmente requeridos para que una persona pueda acceder a los objetos del conocimiento matemático, son diferentes o

no, a los medios requeridos para acceder a los otros objetos de conocimiento (por ejemplo en botánica, astronomía, química, historia...), constata lo siguiente:

- La no accesibilidad de los objetos matemáticos fuera de un sistema semiótico aunque sea rudimentario.

Los objetos matemáticos, no son objetos reales, como pueden ser los propios de las disciplinas como la biología o la física que pueden ser manipulables. «De aquí la necesidad de describir y aprender cómo funcionan ciertos sistemas de representación: representaciones de escritura decimal de los números, representaciones gráficas de formas (funciones o no), representaciones de la escritura literal y algebraica, representaciones que son las figuras en geometría...».

- La necesidad de no confundir nunca un objeto con su representación semiótica (un número y su escritura, un objeto geométrico y la figura que lo representa...).

Duval, considera dos características esenciales de la actividad matemática: el cambio y la coordinación de los registros de representación semiótica. Por ejemplo, si se consideran los registros de representación: lingüísticos (lenguaje natural, escritura algebraica, lenguaje formal) u otros registros (figuras geométricas, gráficos cartesianos, tablas, etc.) se entiende por cambio de registro de representación «a la conversión de la representación de alguna cosa en una representación de esta misma cosa en otro sistema semiótico ». Por ejemplo, realizamos un cambio cuando al resolver un problema matemático usamos un gráfico cartesiano para representar una función y en el siguiente paso de la resolución, expresamos con una ecuación algebraica la misma función.

Otro ejemplo es cuando transformamos un enunciado en lengua natural a una ecuación (o viceversa). Por otro lado, como en el dominio del conocimiento matemático se movilizan diferentes registros de representación, también es necesario coordinarlos.

Ahora bien, así como se ha afirmado anteriormente que en el esquema conceptual asociado a un concepto matemático no siempre hay consistencia e incluso pueden

aparecer conflictos al cambiar de registros, es decir al convertir una representación en otra, se pueden producir situaciones de congruencia o de incongruencia.

Con esto nos introducimos en el tema de las inconsistencias. Es evidente que la presencia de ideas inconsistentes en nuestros alumnos ha sido una situación que a ningún profesor de matemáticas ha dejado indiferente. El recurso a las inconsistencias detectadas en nuestros estudiantes, como medio para la mejor comprensión de algún concepto matemático, ha sido seguramente un motivo de alegría unas veces, pero otras muchas, ante los múltiples esfuerzos para erradicarlas nos habremos sentido frustrados e impotentes. Es probable que sepamos muy poco sobre ellas y sobre su rol en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, pero no podemos dudar de su importancia y tenemos que aprender a utilizarlas de la manera más eficaz.

En el año 1990, varios investigadores en Didáctica de la Matemática dedicaron un lugar especial al tema de las inconsistencias dedicando un volumen entero de la revista *Focus on Learning Problems in Mathematics*. No vamos a exponer aquí el conjunto de estas investigaciones que enriquecieron el conocimiento básico sobre este tema pero queremos resaltar el interés de la sinopsis y la clasificación presentadas por Tirosh (1990).

Finalmente, queremos hacer una breve referencia a la intuición matemática. Como profesores de matemáticas nos hemos ido acostumbrando a pensar en la intuición, dentro de la actividad matemática, como algo más que un sinónimo de sentido común. La importancia que ha tenido y tiene la noción de intuición en la Matemática, las Ciencias y la Educación Matemática, hizo que surgiera un gran interés por investigarla, especialmente considerando el conocimiento intuitivo como un camino básico, junto al analítico, en la actividad matemática. Debido a esta importancia surgió la necesidad de hablar de la naturaleza y el rol de la intuición en la actividad matemática y de determinar cuál debería ser la actitud de los profesores de matemática ante la relación existente entre el pensamiento intuitivo y analítico. Esto último ha sido el principal problema práctico que se planteó el profesor Fischbein (1982, 1998). Además de estas razones, a nosotras nos ha interesado la intuición por el tipo de problemas que hemos

planteado a los estudiantes en que está presente el infinito actual, que no responde a una interpretación natural e intuitiva del infinito.

El concepto aristotélico de infinito es una noción potencial que dominó en la historia hasta la época cantoriana, habiendo tenido una gran influencia en el desarrollo de este concepto. Como ha explicado Fischbein (1982), este concepto potencial de infinito es el que responde a la interpretación natural intuitiva del infinito. «Un objeto potencialmente infinito (por ejemplo una línea que puede ser extendida indefinidamente) tiene un significado “conductual”.

Una operación potencialmente infinita también tiene un significado “conductual” (por ejemplo dividir indefinidamente un segmento). Un infinito actual no tiene un significado conductual, por tanto no es congruente con una interpretación intuitiva». En una palabra, el infinito actual es una noción contra intuitiva.

Pensamiento matemático avanzado

“Enfatizar en la progresión y evolución de razonamiento de los estudiantes en relación a su previo pensamiento (actividad)” (14)

El pensamiento matemático avanzado según tall (1992) tiene dos componentes:

- Advanced mathematical thinking - La especificación de conceptos por precisas definiciones matemáticas y las deducción lógicas de teoremas basados en ellos, tall decía que la formalización y sistematización de las matemáticas es el estado final del pensamiento matemático (no el total del pensamiento)

La actividad o pensamiento total como el progreso en su matemática sofisticada (14) – advancing mathematical activity. No esta limitado a grados específicos ni niveles de contenidos – proceso final del pensamiento (aspectos sociales y culturales que afectan las prácticas matemáticas); Ejemplos de las prácticas sociales y culturales son: (hacer y pensar)

- Actividades de simbolización

- Actividades de algoritmos
- Actividades de definición
- Después análisis y justificación.

En términos de pensamiento es frecuentemente usado (vista psicológica) como la descripción del crecimiento en las matemáticas, aferrado de ideas de estructuras cognitivas sin dejar a un lado las actividades que fomentan los procesos de pensamiento matemático (14, 53)

Aprender en matemáticas significa participar en diferentes tipos de actividades matemáticas

Según Treffer (1987) la matematización horizontal y vertical permite hacer comparaciones acerca de la naturaleza de las actividades matemáticas de los estudiantes.

- Horizontal matematización es la transformación de un problema de campo a un problema matemático. Dewey dice que lo concreto o lo abstracto depende intelectualmente del progreso de la persona (siempre hay crecimiento) este puede incluir análisis matemático y no ser limitado simplemente a la experimentación, patrón, clasificación, conjeturas y organización
- Vertical matematización son esas actividades que son cimentadas y construidas desde las actividades de matematización horizontal. Puede incluir actividades de razonamiento acerca de estructuras abstractas, generalización, y formalización. Sirven de propósito de la creación de nuevas realidades matemáticas para los estudiantes

La matemática progresiva se refiere a un cambio o movimiento desde actividades horizontales a verticales. Las actividades pueden ir en ambas direcciones. La idea es formar realidades matemáticas

Construcción de nuevas ideas matemáticas y métodos para la solución de problemas

Es una construcción y progresión de prácticas (participación y cambios)

Pensamiento matemático avanzado requiere deducción y razonamiento riguroso 1, (1).
“nosotros argumentamos que esta definición no necesariamente esta atada a una clase particular de experiencia educativa ni a un nivel particular de matemáticas”

Capítulo II- Metodología

El enfoque investigativo del proyecto tiene un corte cualitativo desde aproximaciones fenomenológica-hermenéutica de los resultados, pues busca especificar las propiedades o características en que se desarrolla el pensamiento matemático en los estudiantes universitarios de la facultad de ciencias empresariales de la Corporación Universitaria Iberoamericana de la ciudad de Bogotá, con el fin proponer un conjunto de estrategias pedagógicas que permitan desarrollar dichos procesos de pensamiento matemático en la Institución.

La investigación cualitativa pretende una comprensión global de un hecho (Ruiz, 2003: 55). Esta intención proporciona una visión holística, esto es “cada objeto de investigación debe ser entendido como un texto en un contexto” (Ruiz, 2003: 55), pero abordado desde la proximidad del investigador o investigadora, desde ese “sumergirse” del que hablábamos anteriormente.

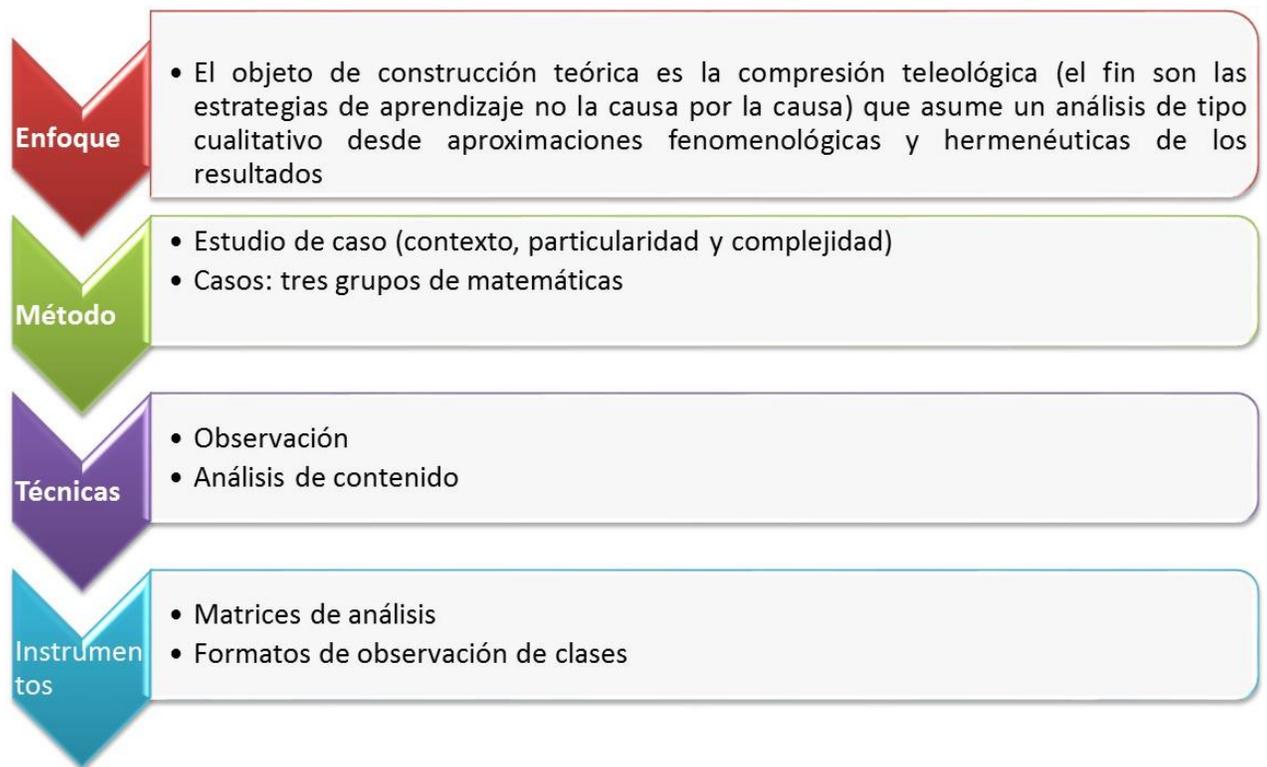


Figura 1. Proceso metodológico

2.1 Tipo y Diseño de Investigación

Método.

Estudio de caso

Según Yin los casos son “una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto real, cuando las fronteras entre el fenómeno y el contexto no son evidentes, y en las que se utilizan múltiples fuentes de evidencia” (Yin, 1989)

Stake (2005), por su parte, considera que existen tres grandes tipos de estudio de casos:

- **Intrínseco.** El estudio se desarrolla porque queremos conseguir una mejor comprensión de un determinado caso. No optamos por un caso concreto porque éste represente a otros casos o porque sea ilustrativo de un determinado problema o fenómeno, sino porque es de interés por sí mismo.
- **Instrumental.** Cuando examinamos un caso particular para proporcionar más información sobre un tema o para reformular una generalización. El caso adopta un papel secundario y su utilidad radica en la aportación de datos para comprender otro fenómeno.
- **Caso múltiple o colectivo.** Un conjunto de casos que se estudia de forma conjunta para investigar un determinado fenómeno, población o condición general. En realidad, se trata de un estudio instrumental extendido a varios casos. Los casos pueden ser similares o no, ya que no es necesario conocer de antemano si tienen alguna característica en común.

La siguiente figura ilustra claramente el caso de estudio de interés de la presente propuesta.

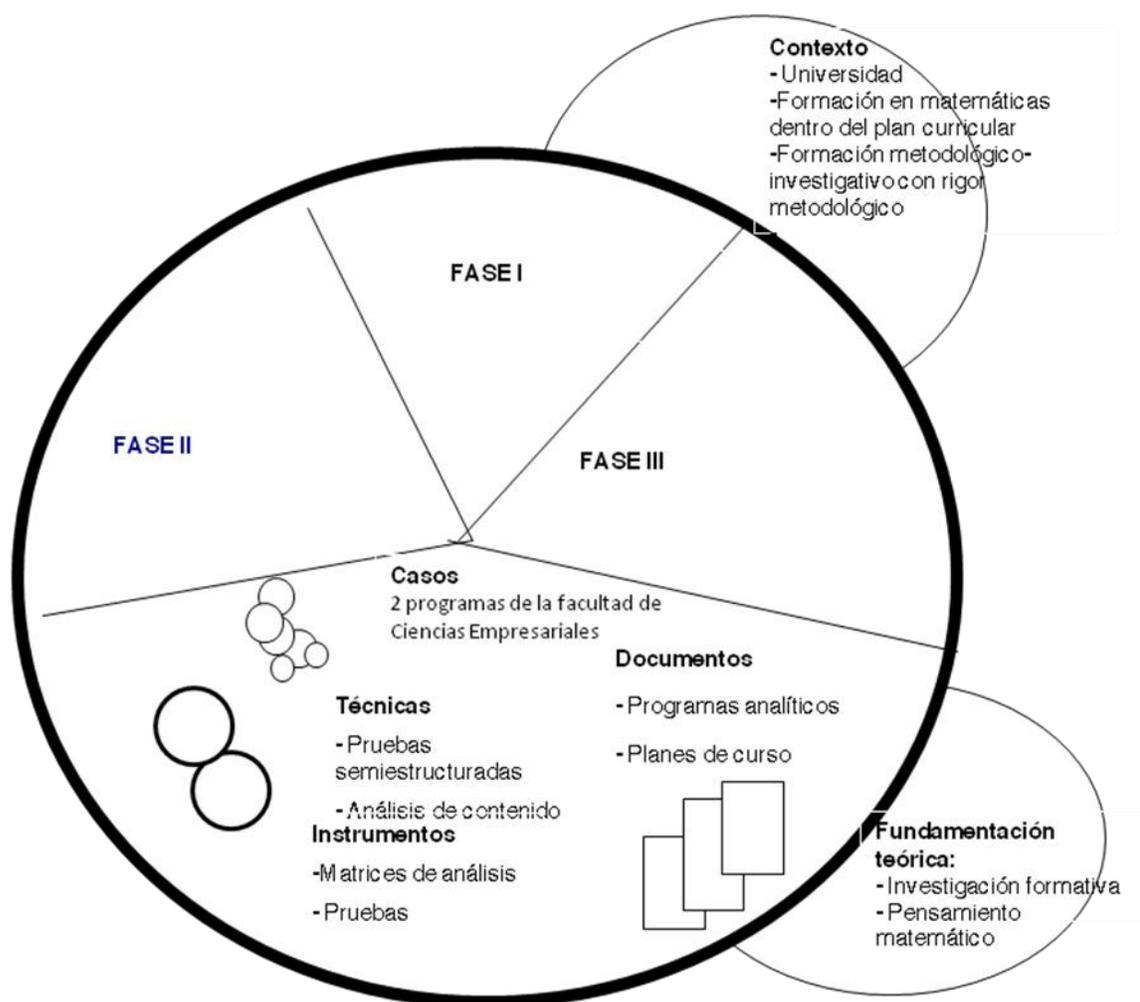


Figura 2. Estudio de caso

La unidad de análisis es cada uno de los grupos de estudiantes que ven la asignatura de matemáticas con tres profesores distintos y las técnicas de investigación implementadas se basan en:

Análisis de grabaciones de clases para identificar los procesos de pensamiento que usan los estudiantes para aprender sobre la asignatura y la metodología del docente en la clase.

Análisis de contenido de los programas analíticos de la asignatura de matemática con los planes del para identificar la relación existente y aplicabilidad de la matemática en el programa.

La población de estudio fueron 100 estudiantes distribuidos en tres grupos de matemáticas junto con sus docentes respectivos.

Lo que se tuvo en cuenta para la elección de los grupos era que los estudiantes que estaban viendo la asignatura fuera de los programas de ciencias empresariales con eso garantizábamos la presencia de los estudiantes objeto de estudio para identificar los procesos mentales en el área de matemáticas para su desempeño profesional.

Capítulo III- Aplicación y Desarrollo (Procedimiento)

Siguiendo una fuerte relación con los objetivos se proponen las siguientes fases para hacer la respectiva para hacer la consolidación de las estrategias que permitan el desarrollo del pensamiento en el área de matemática básica.

Una primera fase, corresponde análisis de las clases de matemáticas que se realizan en la Corporación Universitaria Iberoamericana donde se evidencia los procesos mentales de los estudiantes.

La segunda fase, corresponde a un análisis de contenido de las asignaturas del programa de contaduría, sumada a la revisión bibliográfica que permita establecer herramientas para el desarrollo de pensamiento matemático aplicable a la formación de estudiantes de los tres programas de la facultad de ciencias empresariales.

En la tercera fase, se propone la consolidación de un conjunto de estrategias mediadoras e innovadoras de enseñanza pertinentes al proceso de desarrollo del pensamiento matemático, desde los procesos y estructuras mentales que lo constituyen, para los estudiantes de los programas de la facultad de ciencias empresariales de la Corporación Universitaria Iberoamericana.

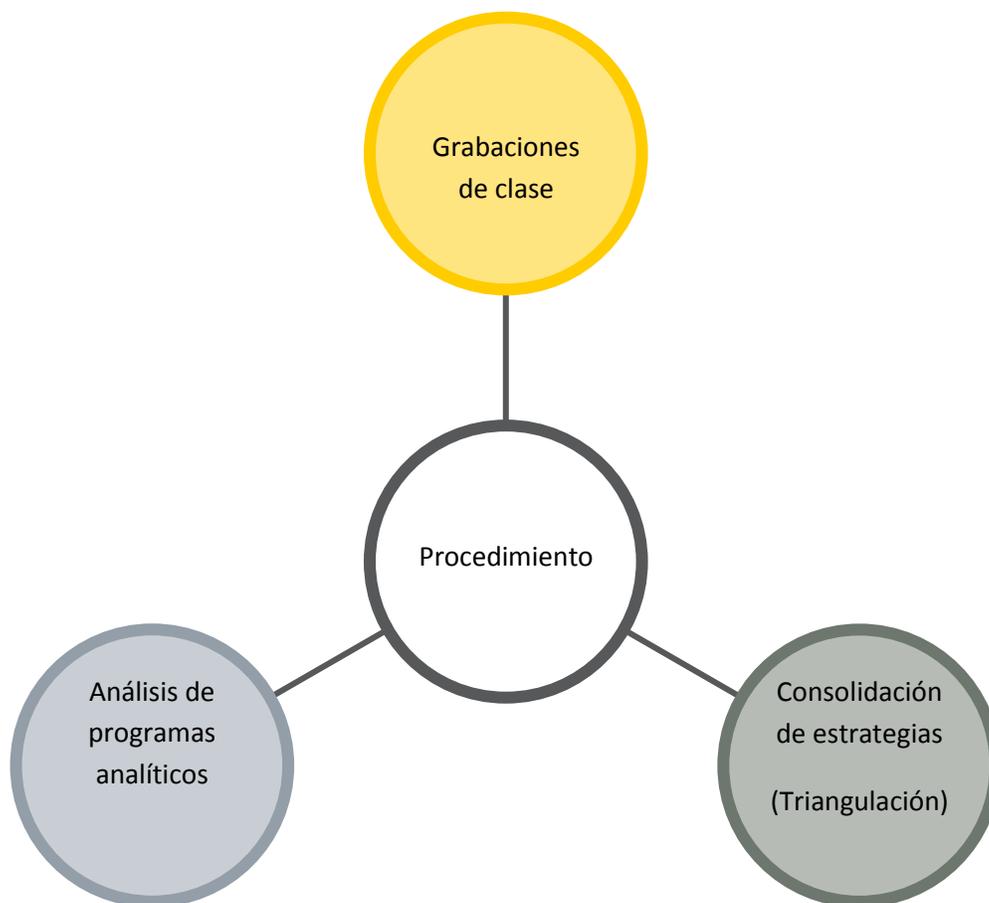


Figura 3. Fases de la investigación

Grabaciones de clases

Durante el 2013 -II y 214 -I se solicitó a los estudiantes de matemática básica de la facultad de ciencias empresariales y a los docentes que dictaban la asignatura permitieras grabar las clases durante todo el semestre para poder identificar los procesos mentales de los estudiantes en la clase de matemáticas. Adicionalmente, se diligenciaron unos formatos de observación (ver anexo 1)

A continuación se relacionan las siguientes entrevistas en los periodos mencionados

previamente:

Periodo 2013 - II

Fecha	Temática	Docente
22 de noviembre de 2013	Plano cartesiano	Andrés Arcos
27 de septiembre de 2013	Aritmética	Andrés Arcos
4 de Octubre de 2013	Bases numéricas	Andrés Arcos
8 de noviembre de 2013	Expresiones Algebraicas	Andrés Arcos
3 de septiembre de 2013	Conjuntos	Carlos Montes
10 de septiembre de 2013	Conjuntos	Carlos Montes
1 de octubre de 2013	Aritmética – Bases numéricas	Carlos Montes
11 de octubre de 2013	Aritmética - Bases numéricas	Carlos Montes
5 de noviembre de 2013	Expresiones Algebraicas	Carlos Montes

Tabla 1. Descripción de grabaciones periodo 2013 - II

Periodo 2014 - I

Fecha	Temática	Docente
11 de marzo	Conjuntos	Pablo Cubides
28 de marzo	Sistemas de numeración	Pablo Cubides
4 de abril	Sistemas de numeración posicional	Pablo Cubides
11 de abril	Números reales	Pablo Cubides
25 de abril	Números reales	Pablo Cubides
29 de abril	Números reales	Pablo Cubides
13 de mayo	Plano cartesiano – Teorema de Pitágoras	Pablo Cubides
16 de mayo	Plano cartesiano	Pablo Cubides
20 de mayo	Plano cartesiano	Pablo Cubides

30 de mayo	Ecuaciones	Pablo Cubides
3 de junio	Plano cartesiano – distancia entre puntos	Pablo Cubides
6 de junio	Expresiones Algebraicas	Pablo Cubides

Tabla 2. Descripción de grabaciones periodo 2014- I



Figura 4. Clase del 27 de septiembre



Figura 5. Clase del 1 de octubre de 2013

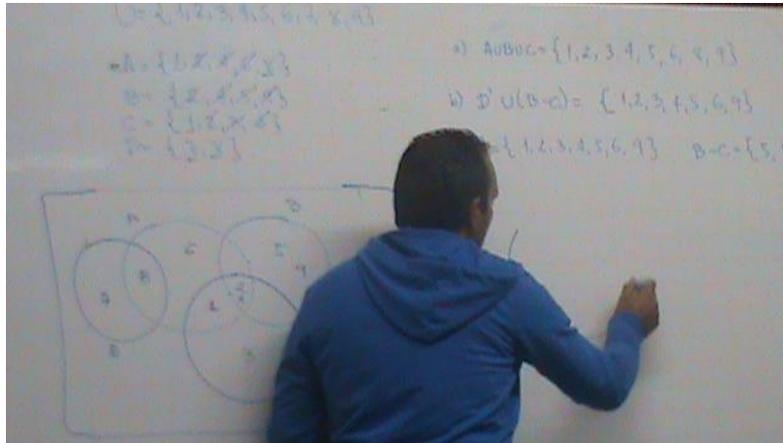


Figura 6. Clase del 10 de septiembre de 2013

Análisis de contenido

El análisis de contenido permitió identificar la naturaleza de los programas analíticos, En general, puede analizarse con detalle y profundidad el contenido de cualquier comunicación: en código lingüístico oral, icónico, gestual, gestual signado, etc. y sea cual fuere el número de personas implicadas en la comunicación (una persona, diálogo, grupo restringido, comunicación de masas...), pudiendo emplear cualquier instrumento de compendio de datos como, por ejemplo, agendas, diarios, cartas, cuestionarios, encuestas, test proyectivos, libros, anuncios, entrevistas, radio, televisión... (HOLSTI: 1968)

En este sentido, el análisis de contenido de la siguiente investigación se define como una técnica que permitirá la descripción objetiva, sistemática y cualitativa del contenido manifiesto en los planes de asignatura. Por tanto estudiaremos del contenido manifiesto lo siguiente:

- La naturaleza del contenido del programa analítico
- La interpretación del contenido del programa analítico

Teniendo en cuenta las asignaturas vistas en los tres primeros semestres del programa de contaduría de la Corporación Universitaria Iberoamericana y su relación con el curso de matemáticas se propuso una matriz de análisis (con los elementos anteriormente mencionados) que permitiera identificar las conexiones y rutas de aprendizaje – posibles - entre estas dos dimensiones.

Las asignaturas analizadas se presentan en el siguiente cuadro:

Asignatura	Semestre
Identidad iberoamericana	Primero
Habilidad de comunicación I	Primero
Matemática Básica	Primero
Pensamiento económico	Primero
Derecho empresarial I (comercial, penal, económico)	Primero
Pensamiento administrativo y teoría organizacional	Primero
Fundamentos de contabilidad	Primero
habilidades de comunicación II	Segundo
Investigación e innovación I	Segundo
Calculo diferencial	Segundo
Microeconomía	Segundo
Derecho empresarial II	Segundo
Análisis y diseño organizacional	Segundo
Contabilidad de operaciones	Segundo
Macroeconomía	Tercero
Fundamentos de logística	Tercero
Electiva II	Tercero
Matemática Financiera	Tercero
Catedra Iberoamericana	Tercero

Tabla 3. Asignaturas analizadas

Se considera que con estas asignaturas se puede evidenciar la estrecha relación y una conexión profunda con la matemática básica. Se deja a consideración para futuras investigaciones el estudio de los demás planes que están en semestres posteriores.

Capítulo IV- Resultados

Resultados tercera fase: Análisis de las grabaciones de clase

Al realizar las grabaciones de las clases se encontró diferencias en la parte metodológica de los docentes y se evidenció en los formatos de análisis que esto influye en el aprendizaje de los estudiantes particularmente en los procesos de razonamiento que ellos tienen frente a las matemáticas. A continuación se presenta una de las matrices de observación junto con las observaciones y las dificultades que se presentan en el salón de clase tanto con los estudiantes como con los docentes.

INFORMACIÓN LITERAL	ESTRUCTURAS CLAVES (FORMULADAS EN FORMA DE PROPOSICIÓN)	INFERENCIAS DE PRIMER NIVEL	CÓDIGOS
<p>Profesor: grafica ¿entonces a esta contenida en b? ese dibujo me funciona la parecer por que s verdadero. Yo tengo que mirar uno donde sean falsos, entonces, yo quiero hacer intersección que a coja un pedazo de b es decir que tenga cosas, este es u dibujo de que esa regla no siempre se cumple es decir verdadera la que en este caso era falsa. Estudiante: ¿entonces en un parcial si uno pone verdadero es que no entiendo?</p>	<p>No sé qué poner en un parcial, si verdadero o falso</p>	<p>lo que se debe poner en un parcial</p>	<p>Importancia Ejemplificar</p>
<p>Profesor: Entonces lo que voy a pintar es y voy a empezar desde lo más sencillito cuando empezábamos las tablas de verdad lo más sencillito y empiezo hasta ir a lo más complicado aquí tenemos A complemento ¿quién es A complemento? ¿Todo lo que este por dónde? Por adentro así que voy a pintar todo lo que esta por fuera de A; ¿ahora hay hace falta algo? Estudiante : hay esta sin la intersección</p>	<p>Falta pintar la intersección</p>	<p>Cuál es el conjunto A y su complemento no es claro</p>	<p>Operaciones en conjuntos Describir</p>
<p>DOCENTE: La propiedad asociativa, distributiva y esta la propiedad de la cerradura, para mi esas son las más esenciales</p>	<p>Las propiedades son las más esenciales para mi</p>	<p>El docente solo deja ver su punto de vista</p>	<p>Metodología del docente Definir</p>

<p>ESTUDIANTE 1: ¿Si es cero si, si se puede hacer?</p> <p>DOCENTE: Pues da 0 pero como no estamos contemplando el 0 como numero entre los naturales, entonces no existiría</p>	<p>con el cero se cumple la cerradura</p>	<p>Como no se incluyó dentro del conjunto no sirve el cero, continuemos</p>	<p>Pensamiento</p>
<p>¿De 12, 12 menos 7 igual 5 no cierto ok y entonces este 0 supuestamente queda convertido en qué? Un 9, pero no es así, ¿será que si es así? Este 0 queda convertido en un grupo de nueve.</p> <p>ESTUDIANTE 1: En el grupo de 10</p> <p>DOCENTE: Queda en grupo de nueve, entonces como este le prestó y este le volvió a prestar este queda en el grupo del nuevo,</p>	<p>en el grupo de 10 se puede hacer las operaciones</p>	<p>No es clara la diferencia entre las bases</p>	<p>Conceptualización de bases Ejemplificar – relacionar</p>
<p>ESTUDIANTE 2: Profe digamos que no da 25. 031 sino 25.001, el 2 se convierte en el 9 ok el 5 le presta al otro.</p> <p>DOCENTE: Como el 0 no tiene que prestar, es igual hagámoslo. 25.001, este le presta a este y este le presta al otro y así.</p>	<p>en la resta siempre es igual</p>	<p>Es igual siempre, pero para el estudiante no es claro, hace falta más ejemplos</p>	<p>Metodología del docente Observar</p>
<p>DOCENTE: El 0 no tiene nada pero este tampoco tiene nada, este 3 si tiene y queda convertido en 2 y le va a prestar y quedar convertido, 9 -6, 3, 6-6,0 2-2,0 eso me da 3 yo lo puedo verificar. Ahora vamos hacer un ejercicio. ¿Cuánto les dio?</p> <p>ESTUDIANTES: 684 sobre 240, 284 sobre 240.</p> <p>DOCENTE: Cuando hay paréntesis empiezo por los paréntesis si no hay paréntesis empiezo por las multiplicaciones, haya debo hacer es... no importa donde empiece.</p>	<p>Se empieza por el paréntesis, luego multiplicaciones</p>	<p>No es claro el orden de las operaciones</p>	<p>Metodología del docente Definir</p>

<p>ESTUDIANTE: A mí no me queda claro en enteros DOCENTE: Ok vamos hacer un ejercicio ¿cuánto les dio?, ahí ¿por dónde debo empezar a sumar? 6+6 y así sucesivamente y el resultado es 11.</p>	<p>Hagamos un ejercicio. ¿Cuánto les dio?</p>	<p>No entendió el tema y no se le dio una solución adecuada al asunto</p>	<p>Metodología del docente Ejemplificar</p>
<p>La idea es que hagan 10 ejercicios de estos, convirtiéndolo en decimal, esto lo encuentran en el campus.</p>	<p>Hacer 10 ejercicios que pueden encontrar en el campus</p>	<p>no hay una actividad guiada</p>	<p>Ejemplificar</p>

Tabla 4. Matriz de análisis de categorías.

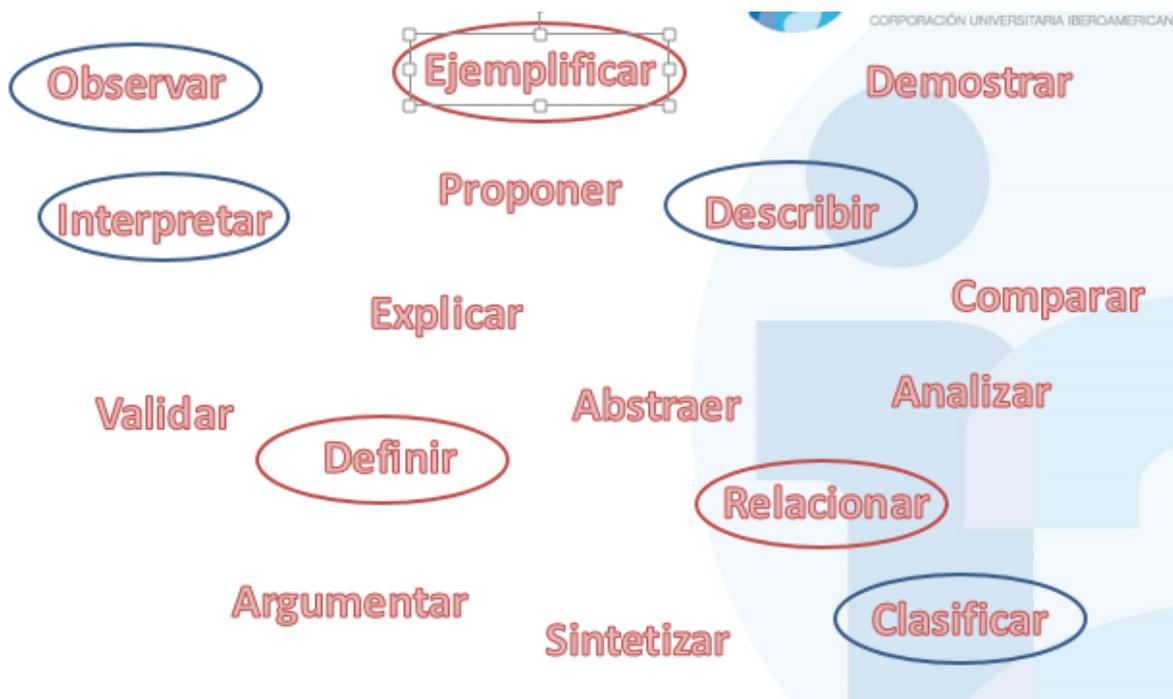


Figura 7. Categorías identificadas de las grabaciones

Siguiendo el fin de esta investigación se evidencian las anteriores categorías encontradas en el análisis de las grabaciones, las que están resaltadas de azul son las más generales y en ellas están las restantes.

Resultados segunda fase: Análisis de contenido

En el análisis de contenido de los programas analíticos sumado a las referencias bibliográficas que se encuentran implícitas en ellos y que fueron usadas para determinar su posible relación con los procesos de mentales en matemáticas; se estableció en primera instancia un marco general de desarrollo del pensamiento enfocado al desarrollo del pensamiento matemático que permitió evidenciar que si un estudiante tiene la capacidad mental (procesos mentales adecuados) para dar solución a problemas que se presentan implícitamente en el entorno en forma de signos y símbolos, y para ello es importante resaltar cuatro aspectos generales en los cuales se encuentra inmerso para el mejor desarrollo del mismo:

- Hacer uso de la memoria
- Hacer posibles proyecciones
- Conformado por una serie de procesos mentales como los mencionados en los resultados anteriores como definir, interpretar, representar, ejemplificar, Argumentar, etc.
- Y finalmente, tener en cuenta que el desarrollo del pensamiento matemático parte del lenguaje del ser humano, es decir que la matemáticamente está estrechamente relacionado con el lenguaje porque es por este medio que el ser humano va a tener la capacidad de coger lo que está en el mundo real y poderlo representar en el lenguaje matemático (signos y símbolos)

En el siguiente diagrama se evidencia lo que se mencionó previamente.



Figura 8. Desarrollo del pensamiento

En segundo lugar, se realizó una matriz de análisis de los programas que permitió identificar la relación del pensamiento y el área de matemáticas con las asignaturas que se ven en los tres primeros semestres del programa de la facultad. Un ejemplo del análisis se evidencia en la siguiente tabla donde se hace el respectivo análisis de cada una de las temáticas propias de la asignatura y se hace su respectiva relación con el área de matemáticas y con los códigos que se encontraron en la primera fase del proyecto⁴.

Competencias de la asignatura	Temáticas propias de la asignatura	Temáticas de matemáticas acordes a la asignatura	¿Cómo se relacionan?	Códigos
PENSAMIENTO ECONÓMICO				

⁴ Si el lector quiere ver todo el análisis que se desarrolló lo puede consultar en las matrices de análisis adjuntas

<p>Definición de elementos básicos para la definición de economía. Porqué la economía es una ciencia.</p> <p>El Problema central de toda economía. Objeto y método de la economía.</p> <p>Diferenciación entre la Microeconomía y la Macroeconomía.</p> <p>Conceptos y problemas fundamentales que las diferencian.</p>	<p>Definición de los elementos básicos de la microeconomía.</p>	<p>Conjuntos - Aritmética analítica (Matemática Básica) -Gráficos Estadísticos (Estadística Descriptiva)</p>	<p>La microeconomía se propone estudiar el comportamiento económico de las unidades básicas --- micro, indivisible- de la sociedad. Para lograr tal objetivo, los individuos -es decir, las unidades básicas de la economía- procurarán efectuar intercambios tanto para el consumo como para la producción. La hipótesis de racionalidad conduce de un lado, a la búsqueda del máximo de ciertas funciones que traducen los objetivos de los individuos; por otro lado los modelos microeconómicos toman la forma de conjunto de relaciones matemáticas, tanto más complejas en la medida que el número de individuos y de bienes es mayor. Se buscará ante todo precisar el significado económico, evitando el recurso a los símbolos matemáticos, en tanto éstos sólo transcriben en un lenguaje particular conceptos que tienen contenido "económico" accesible de manera intuitiva. Podemos concluir que la macroeconomía está relacionada con las matemáticas debido a que las políticas económicas y el funcionamiento de la economía está basado en el sistema numérico que representan unos datos tanto en porcentaje como en valores que reflejan la situación económica del país en indicadores como el producto interno bruto, la tasa de desempleo, niveles de impuestos e intereses. En cuanto a la microeconomía y la relación con las matemáticas se relacionan debido a que las personas, las empresas y familias son las que mueven la economía y de allí se genera una necesidad y una oferta que la vienen a cubrir los de bienes y servicios emitidos por las empresas. Para</p>	<p>Interpretación Análisis Describe Relaciona Toma de decisiones</p>
---	---	--	---	--

			<p>realizar la transacción (compra o venta) se necesita una moneda, la cual es por ejemplo en Colombia es EL PESO; que expresa unos símbolos numéricos, y los cuales dependiendo los productos se necesitan muchas o pocas. Dependiendo de la demanda y oferta en el mercado, se determinan precios, las elasticidades de cada producto y otros indicadores.</p>	
--	--	--	--	--

Tabla 5. Matriz de relación de las asignaturas del programa

En este sentido se pudo evidenciar que en las áreas analizadas del programa de la facultad toda los códigos que se encontraron en la fase uno es usado en las asignaturas que el estudiante ve en sus tres primeros semestres. Las que mayor frecuencia tienen en las asignaturas son:

- Toma de decisiones
- Describe
- Analiza
- Interpreta
- Observa
- Relaciona
- Valida
- Propone

En este sentido se evidencia que el mayor porcentaje se encuentra observación que contantemente deben hacer los estudiantes y relacionarlos con su formación disciplinar desde cada asignatura. En general los porcentajes y frecuencias encontradas se encuentran en la tabla y figura que se encuentra a continuación:

Códigos asociados	Frecuencia en el texto	Porcentaje
Toma de decisiones	45	90%
Describe	40	80%
Analiza	45	90%
Interpreta	39	78%
Observa	50	100%
Relaciona	50	100%
Valida	45	90%
Propone	42	84%

Tabla 6. Frecuencias de las categorías encontradas

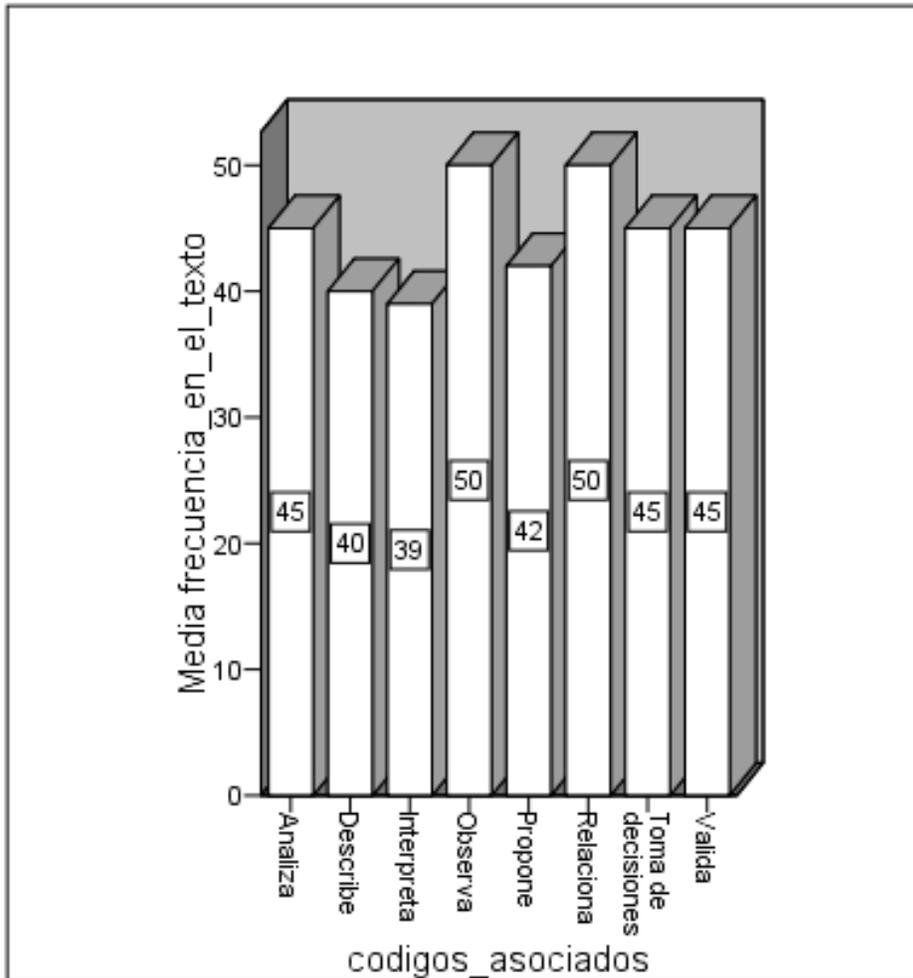


Figura 9. Diagrama de barras frecuencias de las categorías.

Estos códigos encontrados son los que tienen mayor frecuencia debido a su intrínseca relación que se tienen entre ellos. Por ejemplo para la toma de decisiones que es un proceso mental fundamental en la carrera incluso en cualquier profesión, es importante ejercitar los otros evidenciados dentro de la gráfica de barras. En este sentido, se puede identificar que todos los códigos encontrados tienen un alto peso dentro de los procesos de pensamiento en matemáticas de los más específicos a los más generales.

Desde esta perspectiva y teniendo en cuenta el perfil del egresado de la Iberoamericana en la facultad de ciencias empresariales, se pudo establecer la

relación y el aporte que desde los procesos mentales en matemáticas pueden aportar al estudiante para su buen desempeño en su área profesional. A continuación se presenta una tabla donde se evidencia lo que se menciona previamente.

Profesional líder del programa	P. Matemático
Innova	Observa e interpreta
Desarrolla cosas	Observa
Como persona en la estructura y en el sistema	Analiza, valida
Busca distintas soluciones	Propone, ejemplifica
Se pregunta el qué y por qué	Argumenta
Administra liderando	Abstrae, compara y sintetiza
TOMA DE DECISIONES	

Tabla 7. Relación del pensamiento matemático con el área profesional

Resultados Tercera fase: Consolidación de estrategias

En esta fase se pudo encontrar unas estrategias que permiten el desarrollo del pensamiento matemático asociado al desarrollo del profesional, asociado a materiales que debería utilizar los docentes en sus respectivas clases.

Como estrategia para el desarrollo de las clases, se recomienda que cada una de las clases sea distribuida por etapas de la siguiente manera:

Etapa previa	En esta etapa el estudiante deberá
--------------	------------------------------------

	<p>realizar una búsqueda de información con los recursos que la Iberoamericana tiene en sus bases de datos, biblioteca y recursos web, de tal manera que tenga un conocimiento previo antes del inicio de las clases.</p> <p>Esto con el fin de empezar a generar desde el curso de matemáticas competencias investigativas (fin que quiere la universidad al respecto) y proponerle al estudiante búsquedas que también estén relacionadas con su carrera profesional y le puedan encontrar un sentido y la importancia que se merece el desarrollo del pensamiento matemático dentro del mismo.</p>
Etapa rompe hielo	<p>Se identifica una situación, una imagen, un video o cualquier recurso que permita el desarrollo de los procesos mentales de los estudiantes.</p> <p>Esto con el fin de buscarle a la matemática una mirada distinta a la tradicional y de repetición.</p>
Etapa inicial	<p>En esta etapa se pretende introducir la temática y despertar el interés al estudiante para que participe en la(s) actividad(es) propuestas.</p>

	<p>Se pretende que en la parte inicial no sea solamente explicaciones por parte del docente, sino lluvia de ideas presentaciones de mapas conceptuales o actividades que permitan recopilar las temáticas o búsqueda que el estudiante previamente hizo antes de la clase.</p>
Etapa de desarrollo	<p>En esta etapa se realiza la(s) actividad(es) de ejercitación propia de la asignatura. En esta etapa se pretende relacionar las temáticas de resolución de algoritmos con resolución de problemas aplicados al área profesional.</p> <p>El propósito de la actividad, debe estar estrechamente relacionada con los conocimientos, habilidades y actitudes que se pretenden desarrollar en los estudiantes en un contexto determinado. Recordar que la matemática de la Corporación Universitaria Iberoamericana está trabajando por competencias y existe un proyecto previo a este que enlaza fuertemente estas dos temáticas.</p> <p>En este sentido es importante resaltar una previa preparación de la clase que involucre el propósito de la actividad con la competencia a desarrollar y los recursos tanto de software o de web que se puedan</p>

	utilizar dentro del mismo.
Etapa de retroalimentación	En esta etapa se brindará el espacio para la lluvia de ideas y retroalimentación de las dudas, aciertos e inquietudes que tengan los estudiantes de las actividades previas y así mismo se puedan validar resultados establecer posibles conclusiones, conjeturas o soluciones a las situaciones que se les presentaron en la etapa anterior.
Etapa de cierre	En esta etapa se identifica el producto esperado (lo que deben entregar los estudiantes), los criterios de evaluación que permiten valorar el proceso de la(s) actividad(es).
Etapa complementaria	Identificar las actividades complementarias que se recomiendan para que el estudiante pueda reforzar o culminar su proceso de aprendizaje entorno a lo trabajo en clase.

Tabla 8. Etapas para el desarrollo de una clase

Las actividades de rompehielo

Las actividades que se presentan a continuación, permiten generar procesos de pensamiento asociados a las categorías que se mencionaron en la fase 1 de los resultados, se recomienda utilizar actividades relacionadas para la entapa de iniciación.

Observe cada una de los gráficos y responda la pregunta.

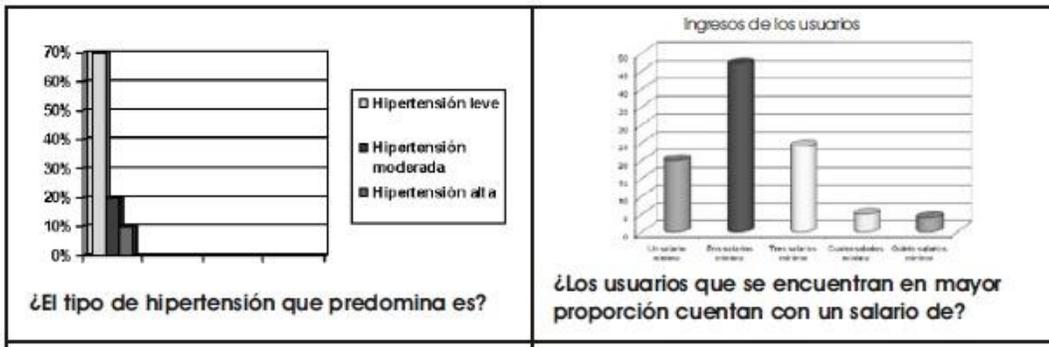


Figura 10. Actividad 1 del desarrollo del pensamiento

Complete la serie llenando el cuadro con el número o letras que correspondan en cada una de ellas

1	4	1	5	
7	14	28	56	
99	86	73	60	
12	36	24	72	
5	18	31	44	

Figura 11. Actividad 2 del desarrollo del pensamiento

Determine en cada una de las figuras el número de caras planas.

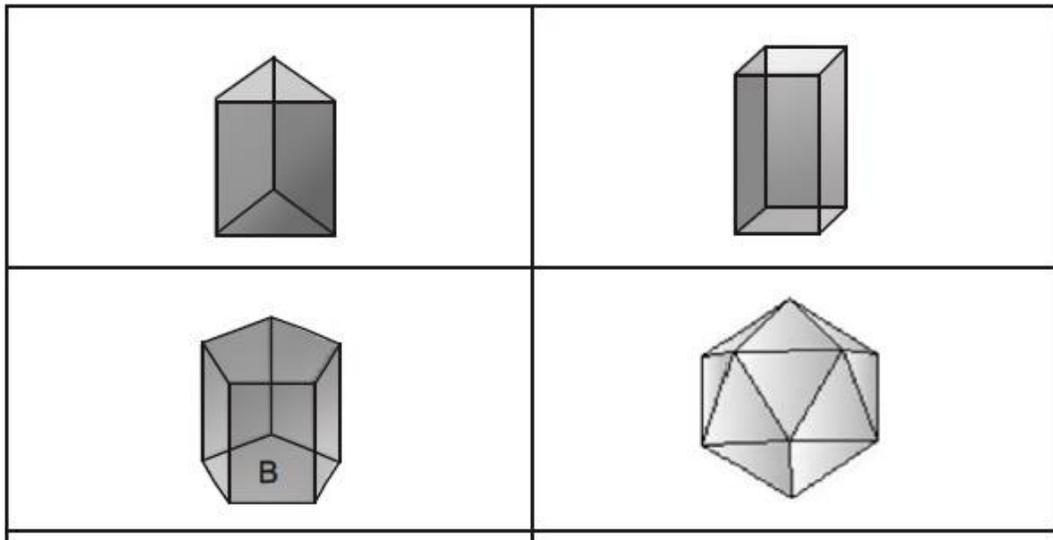


Figura 12. Actividad 3 del desarrollo del pensamiento



Figura 13. Actividad 4 del desarrollo del pensamiento

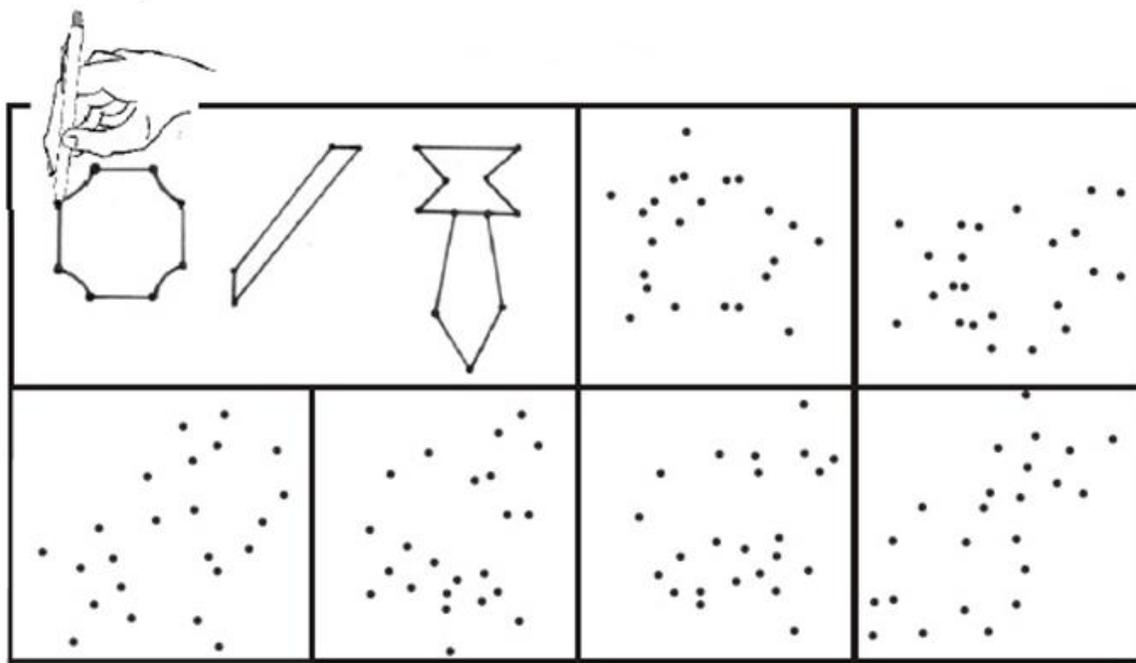


Figura 14. Actividad 5 del desarrollo del pensamiento

En cada uno de los casos determina si el número que está en la columna A es mayor, menor o igual al que está en la columna B. Coloca el resultado en C.

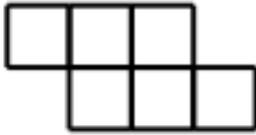
A	B	C	A	B	C
1/4	1/4		190%	20/9	
1 y 1/2	4/2		1,52	76/50	
1 y 2/5	9/5		145/25	5,96	
1/2	50%		2,32	2,72	
0,4	0,25		0,8	3/5	
1/3	1/2		2 y 2/4	10/4	
0,5	0,3		1/4	3/10	

1. Organizar los números del 1 al 6 sin que se repitan de tal forma que la suma por cada lado del triángulo sea igual, plantee dos soluciones diferentes.



Figura 15. Actividad 6 del desarrollo del pensamiento

1. Retira 2 de los 18 palillos y haz que queden formados 4 cuadrados iguales.



4. Cambia de lugar 3 de los 12 palillos y haz que queden formados 3 cuadrados iguales.

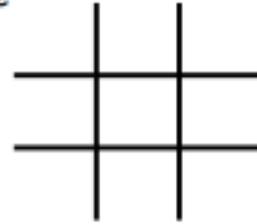


Figura 16. Actividad 7 del desarrollo del pensamiento



Figura 17. Actividad 8 del desarrollo del pensamiento

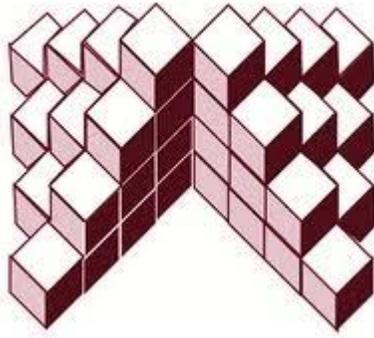


Figura 18. Actividad 9 del desarrollo del pensamiento

Capítulo V - Discusión

A partir del análisis de las grabaciones de clase se identificó procesos mentales inmersos en el desarrollo del pensamiento matemático elemental. Los estudiantes como llegan con unas malas bases en matemáticas, los procesos mentales que se identificas en las grabaciones de clases tienen que ver con categorías básicas, elementales y fundamentales desde la cimentación del desarrollo del pensamiento matemático.

Se evidencia que efectivamente el proceso mental al que el estudiante debe alcanzar tiene que ver con la toma de decisiones, para ello debe hacer procesos más específicos en el transcurso de toda su carrera, por ello se evidencia también en los demás programas analíticos diferentes categorías del pensamiento que se involucra directamente del quehacer profesional.

Las estrategias que se encuentran en la bibliográfica fomentan el desarrollo de procesos mecánicos, algorítmicos, y la mayoría de actividades implementadas en el aula de clase están relacionadas también con ejercicios que siguen con una serie de pasos algorítmicos, y no se centran en la contextualización de los mismos y en generar los intereses propios de la matemática en los estudiantes.

Teniendo en cuenta lo anterior, se establece una secuencia de clase como estrategia para mejorar tanto los procesos de enseñanza como los procesos de aprendizaje en los estudiantes, estrategia que parte desde la motivación que se puede generar a los estudiantes hasta el proceso de evaluación permanente que se debe realizar en los estudiantes con situaciones contextualizadas.

Capítulo VI - Conclusiones

Referente a los hallazgos encontrados en las grabaciones de clase se concluye lo siguiente:

- ✓ Las estrategias de enseñanza de cada docente es distinta e influencia profundamente el aprendizaje de los estudiantes. Adicionalmente, su actitud, manejo de grupo y actividades implementadas evidencian un mejor desempeño en el área de matemáticas, teniendo en cuenta que con las estrategias implementadas hacen que los estudiantes apropien significativamente las categorías de los procesos mentales en el desarrollo del pensamiento matemático.
- ✓ Las categorías que definimos según lo observado en las grabaciones de clase permite inferir los pasos a seguir para potencializar y desarrollar el desarrollo del pensamiento matemático elemental en los estudiantes de la institución.
- ✓ La actitud de los estudiantes hacia la matemática es una consecuencia de las acciones, estrategias y actividades que utiliza el docente en el aula de clase.

El análisis de los programas analíticos evidenció:

- ✓ No se encuentra una relación directa entre los programas analíticos del área de matemáticas con los programas disciplinares del programa analizados y determinar enlaces que le permitan ver en los estudiantes su contextualización en su área profesional.
- ✓ El 81% de las temáticas de las asignaturas propias del programa están relacionadas directamente (explícitamente) con las temáticas de la asignatura de matemáticas el restante junto con el 81% mencionado está relacionada con los procesos mentales que deben hacer los estudiantes en matemáticas. Procesos descritos en el apartado de resultados fase dos.
- ✓ Todos los procesos mentales que se pudieron evidenciar en las grabaciones de clase, están implícita e explícitamente en todos los programas analíticos de los tres semestres analizados y por ende deben ser base para construcción de estrategias asociadas al diseño de actividades que desarrollen pensamiento matemático.

Las estrategias en primera instancia permiten distribuir de una manera metodológica y pedagógica cada una de las clases para empezar a desarrollar e los estudiantes las primeras categorías de los procesos mentales como la observación, interpretación y representación y desde esta manera empezar a introducir en la etapa de desarrollo actividades contextualizadas que le permitan al estudiante llegar a la categoría de toma de decisiones.

Líneas Futuras

Una de las posibles líneas futuras y que es importante abordar esta relacionada con educación, pues es importar rescatar y mencionar que investigaciones relacionadas a la educación en el área de ciencias empresariales son muy escasas y es importante empezar a re-pensar los procesos educativos que fomenten realmente el aprendizaje disciplinar propios de las carreras de la facultad.

Productos asociados

- ✓ Conjunto de estrategias de aprendizaje que permiten desarrollar pensamiento matemático en los programas de administración y contaduría

- ✓ Conferencia sobre “Desarrollo del Pensamiento Matemático como base para una Gerencia Exitosa”

presentada en el IV seminario Internacional de Epistemología de la Administración de Empresas

- ✓ Artículo “Entrevista Arbey Grisales” en proceso de publicación.

- ✓ Artículo resultado de investigación para publicar

Referencias

Acevedo Myriam, Montañéz José y huertas Crescencio (2007). Fundamentación conceptual área de matemáticas. [En línea]. Disponible en:

<http://www.iered.org/cmapserver/servlet/SBReadResourceServlet?rid=1H1GMFTGC-7HNZQR-1KP>

Amado Javier (2006). Diseño y Evaluación por competencias del componente investigativo para la formación en el ciclo técnico profesional colombiano. Santa Clara, Cuba: Instituto Latinoamericana y Caribeño – IPLAC - Universidad Pedagógica Félix Valera (Máster en Educación).

Arbaláez, Ruby, Corredor Martha y Pérez Martha. (2009). Concepciones sobre competencias. (1ra Ed.). Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander.

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *IJCML*, 7, 245-274.

Cariola, L.(2009) La evaluación vista desde adentro. Entrevista con Leonor Cariola. Revista Internacional Magisterio. Educación y Pedagogía, 36, 42-44.

Constitución Política de la República de Colombia (1991). [En línea]. Asamblea Nacional Constituyente, Congreso de Colombia. Disponible en: <http://pdba.georgetown.edu/constitutions/colombia/col91.html> [2010, 10 de octubre].

Correa César y Rúa José (2009). Aprendizaje basado en problemas, volumen I. Medellín, Colombia: Universidad de Medellín.

GÓMEZ, I, (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. Educación matemática, Vol. 21, # 3 pp. 5-32

GALVIS, P; ACOSTA, E y otros, (2010). Guía para el proceso de investigación formativa. Colombia. Universidad Libre.

GALLEGO, G, (2009). La enseñanza del saber matemático en la universidad. Textualidad, didactización y epistemología. Colombia. Universidad Tecnológica de Pereira.

Grupo De Innovación Educativa (2010). SPSS: Análisis de Fiabilidad, Alfa de Cronbach. España:

Universidad de Valencia.

GUTIÉRREZ, R, (2007). Búsqueda científica del conocimiento y pensamiento estadístico. [En línea] Disponible en: <http://www.docentes.unal.edu.co/pnpachecod/docs/Curso%20Roberto%20Behar%20->

Guzmán, M. (1993). Enseñanza de las ciencias y la Matemática. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.oei.org.co/oeivirt/ciencias.htm#Indice>.

ICFES (2013). ¿Cómo se elaboran las pruebas?. [en línea]. Disponible en: <http://www.icfes.gov.co/examenes/acerca-de-las-evaluaciones/como-se-elaboran-las-ruebas>

Juega y Construye la Matemática. Blog del Proyecto Juega y Construye la Matemática de la Comunidad Marista – Colombia. [Mensaje en Blog]. Recuperado de <http://juegayconstruyelamatematica.wordpress.com>

Ley de Educación Superior (1992, diciembre 28). [en línea]. Congreso de Colombia. Disponible en: <http://menweb.mineduacion.gov.co/normas/concordadas/Decreto30.htm>

Ley de Educación Superior (1992, diciembre 28). [En línea]. Congreso de Colombia. Disponible en: <http://menweb.mineduacion.gov.co/normas/concordadas/Decreto30.htm>

Ley General de Educación (1994, febrero 08). [En línea]. Congreso de Colombia. Disponible en: http://www.secretariasenado.gov.co/senado/basedoc/ley/1994/ley_0115_1994.html

Llece (2005). Habilidades para la vida en las evaluaciones de matemática. [en línea]. Disponible en:

http://www.oei.es/evaluacioneducativa/habilidades_para_vida_evaluaciones_matematica_llece.pdf [2012, 03 de Agosto].

MALAGÓN, R. y MORENO, M (2010). Diseño de una estrategia didáctica para el fortalecimiento de las habilidades de pensamiento investigativo. Colombia. Universidad Libre.

MEN (2009). Las competencias de la educación superior. [en línea] Disponible en: <http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-189357.html>

Morales Pedro (2007). La fiabilidad de los test y las escalas. Madrid, España: Universidad Pontificia Comillas

OCDE. El programa PISA de la OCDE qué es y para qué sirve. [en línea] Disponible en: <http://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf> [2012, 03 de agosto].

Peña, M. (2009) El examen de estado de educación media en Colombia. Revista Internacional Magisterio. Educación y Pedagogía, 36, 31-36.

PISSA (2012) Programa para la evaluación internacional del alumnado. [en línea] Disponible en: <http://redes-cepalcala.org/inspector/PED/AGAEVE/AGAEVE%20-%20PISA%202012.pdf>.

SACES (2011) [en línea]. Sistema de Aseguramiento de la Calidad en Educación Superior: Salas de Conaces. Disponible en: <http://www.mineduacion.gov.co/sistemasdeinformacion/1735/article-227123.html>

SACES (2011) [en línea]. Sistema de Aseguramiento de la Calidad en Educación Superior: Salas de Conaces. Disponible en: <http://www.mineduacion.gov.co/sistemasdeinformacion/1735/article-227123.html>.

Silvestri, Adriana (2002). Funciones Psicológicas y adquisición discursivas en Propuesta Educativa, FLACSO Argentina. Año XII, N° 25.

TALL, David (1991). Advanced Mathematical Thinking. Dordrecht: Kluwer. Biblioteca de Educación Matemática, volumen 11

TOBÓN, S. (2010). Formación Integral y Competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación (3ra Ed.). Bogotá: Ecoe Ediciones.

TORO, R. VILLAVECES, J. (2009). El pensamiento matemático: una competencia genérica emergente. MEN [en línea] Disponible en: <http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-189357.html>

TORO, R. VILLAVECES, J. (2009). Las competencias matemáticas genéricas de los egresados de educación superior. [en línea] Disponible en: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-189357_archivo_pdf_matematica_1C.pdf

Real Academia Española. (2001). Diccionario de la lengua española (22.a ed.). Disponible en <http://www.rae.es/rae.html>

ANEXO 1

DOCENTE: _____ FECHA _____

DE ESTUDIANTES _____ PROGRAMA ACADÉMICO _____

UNIDAD TEMÁTICA DESARROLLADA: _____

METODOLOGÍA:

RECURSOS

COMPORTAMIENTO DEL DOCENTE

COMPORTAMIENTO DELO ESTUDIANTES.

DIFICULTADES QUE PRESENTA EL ESTUDIANTE

SOLUCIONES QUE PLANTEA EL DOCENTE

OBSERVACIONES GENERALES

ANEXO 2

MATRIZ ESTRATEGIAS					
ASIGNATURA	Competencias de la asignatura	Temáticas propias de la asignatura	Temáticas de matemáticas acordes a la asignatura	¿Cómo se relacionan?	Observaciones

ANEXO 3

INFORMACIÓN LITERAL	ESTRUCTURAS CLAVES (FORMULADAS EN FORMA DE PROPOSICIÓN)	INFERENCIAS DE PRIMER NIVEL	CÓDIGOS