

Factores que determinan la incorporación efectiva de tecnología en las asignaturas de matemáticas: Las prácticas pedagógicas del profesor y el rol del sistema de acompañamiento a tutores de programas en modalidad virtual.

Marcela Rojas
Roberto Pastrana

Facultad de Educación
Corporación Universitaria
Iberoamericana

Factores que determinan la incorporación efectiva de tecnología en las asignaturas de matemáticas: Las prácticas pedagógicas del profesor en programas en modalidad virtual.

Factors that determine Effective ICT incorporation in Mathematics Courses: Teacher Pedagogical Practices in Online Programs.

Yury Marcela Rojas
Roberto Pastrana

Diciembre, 23 de 2019

Agradecimientos

(Arial 12, alineación izquierda)

Resumen

Este estudio combina datos de encuestas y análisis cualitativo para explorar la preparación de profesores o diseñadores instruccionales para planear y crear cursos de matemáticas para estudiantes de pregrado de programas en la modalidad virtual. Una revisión profunda de los planes de estudio y el contenido de los cursos examinando la amplitud y profundidad de la preparación de estos profesionales. Los cursos fueron categorizados por áreas de conocimiento identificadas por Mishra (2007) como cruciales para el diseño e implementación de enseñanza que promueve el aprendizaje de las matemáticas mediadas por TIC o herramientas digitales. Los hallazgos muestran que los programas enfatizan su formación en áreas como pedagogía y contenido matemático, mientras que se da un énfasis mínimo en áreas relacionadas con el diseño y secuenciación de tareas de aprendizaje e incorporación de tecnología en la enseñanza de las matemáticas.

Los programas varían en su cobertura de las áreas de conocimiento mencionadas por Mishra, por ejemplo, muy pocos programas de preparación de futuros docentes y diseñadores de cursos de matemática para pregrado reciben la formación necesaria para crear cursos que efectivamente promueven el aprendizaje de los estudiantes. Aún menos programas preparan a estos profesionales para desarrollar y diseñar cursos de matemáticas en la modalidad online que promuevan el aprendizaje conceptual de las matemáticas.

Palabras Clave: Formación de profesores de matemáticas, enseñanza de las matemáticas online, diseño de tareas y secuencias de aprendizaje.

Abstract

This study combines survey data with qualitative analysis to explore the preparation of teachers or instructional designers to develop mathematics courses for undergraduate students in online programs. A thorough revision of the curriculum plans and content courses examining the breadth and depth of preparation programs for such professionals. The courses were categorized according to Mishra (2007) areas of knowledge need it for designing instruction and teaching effectively with technology. The results show that while typically emphasizing the areas of mathematical content and pedagogy, designing and sequencing learning tasks in mathematics and designing to effectively incorporate technology or digital tools in the planning received less emphasis across the programs.

Programs varied in their coverage of areas of knowledge, with Master programs more likely to cover digital tools or applets to use (got instruction in areas separately, but they were not asked to integrate those online/TICs/teaching for understanding). Very few higher education institutions offered programs that prepared teachers or instructional designers to create and design online courses that would support students mathematical learning, even less programs prepared them to develop online courses that would support students' mathematical understandings.

Key Words: Mathematics' Teacher development, Mathematics teaching for online programs, sequence and task design.

Tabla de Contenido

Introducción	7
Justificación	7
Objetivo General y Objetivos Específicos.....	9
Capítulo 1 - Fundamentación teórica y conceptual.	10
Capítulo 2 - Aplicación y Desarrollo	12
Capítulo 3 - Resultados	18
Capítulo 4 - Conclusión y Discusión	22
Capítulo 5 - Conclusiones	23
Anexos	25

Introducción

El crecimiento de programas virtuales en Colombia en los últimos diez años ha sido acelerado, actualmente casi el 20% de la población estudiantil universitaria cursan sus estudios online. Aunque varios investigadores han establecido una estrecha relación entre las prácticas de diseño de la enseñanza y ganancias en el aprendizaje de los estudiantes (Margolinas, 2014; Ohtani, 2015; Hoyles & Lagrange, 2009; Simon & Tzur, 1999). Poco sabemos sobre la formación que reciben profesores y diseñadores colombianos para proponer diseños asistidos por TIC que fomenten el aprendizaje conceptual de las matemáticas. Por tal razón la primera parte de nuestro estudio examina el estado actual de la preparación de profesores o diseñadores instruccionales para planear y crear cursos de matemáticas a nivel de pregrado en la modalidad virtual. Para ello creamos una adaptación del marco metodológico propuesto por el Consejo Nacional de Calidad de la enseñanza (NCQT, 2017) integrándole planteamientos de Mishra (2007) referidos a las áreas de conocimiento necesarias para el diseño e implementación de enseñanza que promueve el aprendizaje de las matemáticas mediadas por TIC. Usando esta adaptación realizamos una revisión profunda de los planes de estudio, syllabus, material de clase, catálogos y el contenido de los cursos examinando la amplitud y profundidad de la preparación de estos profesionales en áreas de conocimiento que son críticas para el diseño efectivo de instrucción en esta modalidad.

Justificación

Varios investigadores en educación matemática (Bakker (2004), Bakker y Gravemeijer (2006), Bakker y Hoffmann (2005), Drijvers, (200) y Heid (1988) revelaron la importancia del diseño de tareas de aprendizaje para fomentar el aprendizaje conceptual de nociones matemáticas. Los hallazgos indican que existen tres niveles de diseño que determinaron la efectividad de las tareas.

- El primer nivel es micro y refiere al diseño de las tareas de aprendizaje.
- El segundo nivel es macro y refiere a la secuenciación de las tareas y la totalidad de las clases

- Por último, se encuentra el diseño del ambiente de aprendizaje en general.

De acuerdo con Sierpinska (2003) aunque los dos últimos niveles de diseño han recibido creciente atención en investigación en educación matemática, no existe un análisis refinado de los aspectos del diseño de las tareas de aprendizaje en la modalidad virtual que promueven el aprendizaje de conceptos matemáticos puntuales.

Además de enfocarse en el análisis de tareas que desarrollan aprendizajes matemáticos conceptuales, existe el reto de usar diseños metodológicos que se concentren en niveles Universitarios, ya que la mayoría de los estudios enfocados en el análisis de las tareas de aprendizaje han sido implementados en niveles de educación primaria y secundaria. Pero muy pocos estudios han sido implementados a nivel universitario como en el caso de Pierce et al. (2010); Thomas, Hong y Oates (2017) y Zbiek y Heid (2007) y casi ninguno se ha implementado en la modalidad virtual.

Por tal razón, este estudio examina las tareas que se enfocan en el desarrollo de conceptos matemáticos o en el fomento de comprensiones matemáticas de tipo conceptual. Aunque las tareas matemáticas pueden fomentar diferentes áreas del aprendizaje, tales como la resolución de problemas, la comunicación, la modelación, entre otras. Nuestro enfoque se centra en resultados de investigación (Camburn & Han, 2011) que revelan que cuando los estudiantes tienen una comprensión matemática conceptual tienen más éxito y una mayor probabilidad de resolver problemas, alcanzar altos niveles de razonamiento matemático y realizar conexiones con aplicaciones del concepto a contextos reales. Adicionalmente, un análisis de las preguntas de las pruebas estandarizadas de matemáticas ha mostrado que los estudiantes deben resolver tareas que requieren una comprensión conceptual (no procedimental) de conceptos matemáticos ((Fillmore & Snow, 2000).

1. ¿Cuál es el estado de la formación en Colombia, que reciben profesionales en el área de diseño de tareas de aprendizaje para la modalidad virtual?
2. ¿Cómo funciona y cómo está estructurado el diseño de las tareas de aprendizaje de los cursos de matemáticas básicas de la modalidad virtual para programas de pregrado de la Corporación Universitaria Iberoamericana?

Al comprender cómo funciona y cómo está estructurado el diseño de las tareas de aprendizaje y al identificar los aspectos de las tareas de aprendizaje en la modalidad virtual que tienen el potencial de fomentar el aprendizaje conceptual de nociones matemáticas, esperamos contribuir a la descripción de los aspectos del diseño de tareas en la modalidad virtual que tienen el potencial (o no) de promover el aprendizaje conceptual de las matemáticas a nivel universitario. El estudio de tales aspectos puede contribuir en la creación de las bases teóricas para el diseño y secuenciación de tareas de aprendizaje en la modalidad virtual.

Objetivo General y Objetivos Específicos

Objetivo de la primera área de estudio:

1. Caracterizar el estado actual de la formación en Colombia que reciben profesionales en el área de diseño de tareas de aprendizaje para la modalidad virtual.

Objetivo de la segunda área de estudio:

2. ¿Examinar cómo funciona y cómo está estructurado el diseño de las tareas de aprendizaje de los cursos de matemáticas básicas de la modalidad virtual para programas de pregrado de la Corporación Universitaria Iberoamericana?
 - Caracterizar los componentes de las tareas de aprendizaje usando un marco integrador de referencia.
 - Identificar los aspectos del diseño de las tareas de aprendizaje favorecen (o no) el desarrollo de conceptos matemáticos, específicamente del concepto de número racional.
 - Establecer una relación entre los componentes de la tarea y las oportunidades que los estudiantes encuentran de aprender conceptualmente.

Capítulo 1 - Fundamentación teórica y conceptual.

El desarrollo de la primera área de estudio se concentra en el análisis de la formación de profesionales en matemáticas y educación, para ello utilizamos dos grandes áreas de investigación. La primera refiere a estudios realizados sobre el conocimiento del profesor, específicamente al conocimiento que los profesores requieren para enseñar haciendo uso efectivo de TICs. Utilizamos las áreas de conocimiento identificadas por Mishra (2007) y Koehler y Mishra (2005). La segunda fase refiere a investigaciones realizadas en torno al análisis de la calidad de programas educativos. Para ello usamos tanto la aproximación teórica como conceptual propuesta por el NCTQ (National Council Teacher Quality).

1.1. Análisis y medición del Conocimiento del profesor

El modelo teórico Conocimiento tecnológico-pedagógico y de contenido (TPACK) es una aproximación que permite evaluar e identificar los tipos de conocimiento que un profesor necesita para implementar efectivamente instrucción que hace uso efectivo de tecnología o recursos digitales. En nuestro estudio este marco fue adaptado para evaluar la efectividad de los programas de formación de futuros profesores en el área de matemáticas haciendo énfasis en su preparación en el diseño e implementación de tareas de aprendizaje que hacen uso de herramientas tecnológicas o recursos digitales.

1.1.1. Modelos para caracterizar las áreas de conocimiento del profesor.

Mishra (2007) y Koehler y Mishra (2005) formularon el modelo TPACK define y especifica la naturaleza y los tipos de conocimiento y competencias que los docentes necesarios para usar e integrar efectivamente TICs. Las bases de este modelo parten de la noción de conocimiento didáctico del contenido formulado por Shulman (1986), al cual se agrega el conocimiento de la tecnología como un conocimiento situado dentro del conocimiento de contenido y del conocimiento tecnológico.

El modelo describe las relaciones y las complejidades entre tres tipos de conocimiento; tecnológico, pedagógico y disciplinar (Koehler & Mishra, 2008; Mishra & Koehler, 2006). Como se ve en la figura 1, la intersección de estos tres tipos de conocimiento provee una

idea de las habilidades y conocimientos necesarios para enseñar una disciplina o contenido, utilizando los medios pedagógicos apropiados e integrando tecnología. Los siete componentes o tipos de conocimiento son:

1. *Conocimiento tecnológico (TK)*: Conocimiento acerca del uso de las diferentes tecnologías disponibles para desarrollar su actividad profesional. Este conocimiento de las tecnologías va desde tecnologías de bajo rango tales como papel y lápiz hasta el conocimiento de tecnologías digitales. Particularmente para matemáticas incluye el conocimiento de tecnologías móviles, uso de sensores y applets.
2. *Conocimiento del contenido/disciplina (CK)*: refiere al conocimiento de la disciplina a enseñar (Mishra & Koehler, 2006 p.1026)
3. *Conocimiento Pedagógico (PK)*: Conocimiento de los métodos y procesos de enseñanza.
4. *Conocimiento Pedagógico del contenido/disciplina (PCK)*: refiere al conocimiento del proceso de enseñanza que tiene en cuenta el conocimiento de contenido (Schulman, 1986). En el caso refiere al conocimiento de cómo enseñar el contenido matemático. El conocimiento pedagógico del contenido mezcla tanto la pedagogía como el contenido/disciplina con el único fin de desarrollar mejores prácticas de enseñanza. Por ejemplo, al realizar esta mezcla los docentes consideran la naturaleza del objeto matemático y la mejor forma de desarrollarlo con los estudiantes. El uso de este tipo de conocimiento reconoce las particularidades y naturaleza del conocimiento de cada disciplina.
5. *Conocimiento Tecnológico del contenido/disciplina (TCK)*. Refiere al conocimiento de cómo la tecnología puede crear nuevas representaciones de un contenido disciplinar específico. Lo cual sugiere que los profesores comprenden como el usar tecnología cambia la forma en que los estudiantes acceden, aprenden y comprenden conceptos disciplinares. Por ejemplo, en matemáticas es diferente comprender el concepto de área a través de la experimentación física y corporal, que a través de una simulación.
6. *Conocimiento Pedagógico Tecnológico (TPK)*: Refiere al conocimiento de cómo usar los diferentes tipos de tecnología en la enseñanza. Requiere una

comprensión de cómo la tecnología cambia las formas en las que se enseña un contenido disciplinar.

7. *Conocimiento Tecnológico Pedagógico del contenido/disciplina (TPACK)*: refiere al conocimiento que requiere el profesor para integrar apropiadamente tecnología en la enseñanza de cualquier contenido disciplinar. Los profesores comprenden las interacciones entre los tres tipos de conocimiento (CK, PK, TK), por ello están en capacidad de enseñar el contenido disciplinar usando las estrategias pedagógicas y tecnologías adecuadas.

La descripción realizada por Mishra & Koehler, 2005; 2006; 2008 nos permite caracterizar y evaluar el conocimiento del profesor a nivel general, es decir, dado que el modelo se creó para ser generalizado a la enseñanza de cualquier contenido disciplinar. Sin embargo, no se realizaron las especificaciones sobre los tipos de habilidades y conocimientos de los profesores necesarios para la enseñanza de las matemáticas asistidas por tecnología. Dada la naturaleza de los conceptos matemáticos y de las particularidades de su enseñanza se requiere proveer una caracterización específica de las habilidades y conocimientos necesarios para la enseñanza de las matemáticas. Por ello nuestro estudio considera el aporte de áreas de investigación en educación matemática y tecnología. Por ello nuestro estudio realiza una adaptación metodológica considerando tales especificidades del conocimiento para el profesor de matemáticas.

Capítulo 2 - Aplicación y Desarrollo

2.1 Tipo y Diseño de Investigación

Este estudio es de tipo semi-experimental usando métodos mixtos de análisis, el cual se enfoca en el análisis de dos aspectos. El primero es la formación de profesionales en matemáticas y educación quienes realizan el diseño de cursos online. Para lo cual se categorizaron los diferentes cursos que luego fueron analizados con estadísticas descriptivas para indicar el porcentaje de cursos por área de conocimiento del profesor. Para triangular tales resultados se utilizó el software Atlas.ti para realizar un análisis

cualitativo del contenido tanto de los syllabus de los cursos, documentos relacionados con los programas y las entrevistas realizadas a participantes.

El segundo es el diseño y secuenciación de las tareas de aprendizaje en un curso online.

2.2 Población o entidades participantes

La selección de los programas de formación inició con la identificación de las universidades que contaban con acreditación de calidad de programas de formación en las áreas de educación matemática, matemática y tecnología. En total identificamos 22 universidades que ofrecían en total 56 programas en las áreas de interés, de los cuales seleccionamos solo 22 programas ya que contaban con acreditación de alta calidad académica otorgada por el Consejo Nacional de Acreditación (CNA) quien evalúa y acredita los programas e instituciones de educación superior en Colombia. La muestra seleccionada de programas se distribuye de la siguiente forma: 2 programas de Licenciatura en Matemáticas con Énfasis en Matemáticas, 15 programas de Licenciatura en Matemáticas, 2 programas de Licenciatura en Matemáticas y Física y 3 programas de Matemáticas. En promedio un programa requería un total de 25 cursos para ser completado, por lo cual tuvimos una muestra de 1048 cursos en total.

2.3 Definición de Variables o Categorías

Datos de la institución y del contexto: para cada institución discriminamos las siguientes variables y categorías:

1. Tipo de institución: pública, privada, otro.
2. Número total de programas en las áreas de interés (matemáticas, educación, tecnología)
3. Total de créditos por programa.
4. Total de años para completar el programa.
5. Datos demográficos de la institución.

De los programas en específico recolectamos los siguientes datos:

1. Total de créditos.
2. Encuestas del programa.

3. Acreditación del programa ante el MEN. Acreditado o no acreditado.
4. Encuestas a estudiantes.
5. Resultados de ECAES.

De los cursos recolectamos y sistematizamos los siguientes datos:

1. Tipo de curso: electivo u obligatorio
2. Total de créditos.
3. Pre requisitos y descripción general del curso.
4. Discriminación por curso: teórico, práctico o teórico-práctico.
5. Recursos bibliográficos
6. Recursos digitales y tecnológicos
7. Metodología
8. Encuestas a los estudiantes y exalumnos

Sin importar la fuente, cada documento fue cuidadosamente revisado para determinar si era válido. Los syllabus analizados debían contener el contenido, la metodología de enseñanza, la evaluación y los recursos tanto bibliográficos como digitales u otras herramientas tecnológicas a utilizar. También tuvimos que solicitar varios documentos que no se encontraban actualizados para garantizar que la información analizada corresponde con la formación actual que reciben los futuros docentes.

2.4 Procedimiento e Instrumentos

El estudio se desarrolló en tres etapas:

- *Primera fase:* Documentación (de los cursos a analizar y de los programas de formación) y creación de instrumentos de recolección de datos y selección de estudios de caso. Pilotaje de los instrumentos.
- *Segunda fase:* Recolección, sistematización y codificación de datos.
- *Tercera fase:* Análisis, triangulación de datos y formulación de hallazgos.

Para desarrollar estas tres fases, se observó y documentó durante un bimestre el diseño e implementación del curso de la modalidad virtual Pensamiento lógico. Esto se hizo a través del uso de los siguientes instrumentos de investigación:

1. Pre y post test para identificar los aprendizajes de los estudiantes al inicio y al finalizar el curso.
2. Entrevistas y encuestas a docentes al inicio, mitad y final del curso. A través de estas se recolectarán datos sobre las tareas de aprendizaje y los aspectos que los docentes consideran exitosas.
3. Entrevistas a los diseñadores del curso online.
4. Encuestas a estudiantes. A través de estas se recolectarán datos demográficos de los estudiantes y sus percepciones acerca de los aspectos de las tareas de aprendizaje que ellos consideran ayudaron a su aprendizaje de las matemáticas.
5. Creación de una base de datos con los perfiles de los docentes, junto con sus características demográficas y de formación previa.
6. Creación de una base de datos con los perfiles de los estudiantes, junto con sus características demográficas, resultados de evaluaciones y otros resultados académicos.

En la segunda fase los datos fueron recolectados y sistematizados para realizar el análisis. Las entrevistas fueron transcritas y posteriormente analizadas cualitativamente para establecer las categorías emergentes de aspectos que los profesores y estudiantes consideran relevante en el diseño de las tareas de aprendizaje. Las categorías emergentes fueron trianguladas con los datos recolectados de las entrevistas a estudiantes y documentación de los cursos, con el fin de establecer unas categorías finales de los aspectos de las tareas de aprendizaje que promueven el aprendizaje conceptual.

Fase de análisis de datos

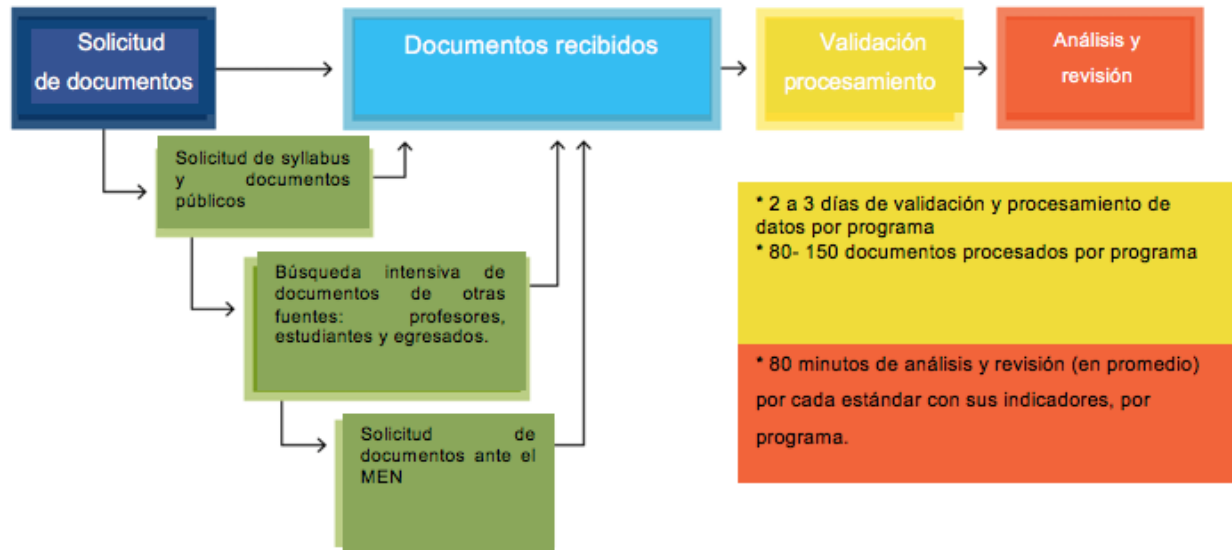
Este estudio es de tipo semi-experimental usando métodos mixtos de análisis, el cual se enfoca en el análisis de tres aspectos:

- a. La formación de profesionales en matemáticas y educación. Para esta sección utilizamos una serie de indicadores de revisión de la calidad del programa diseñados con base en los estándares propuestos por NCTQ (National Council Teacher Quality) utilizados para evaluar la calidad de la formación de programas de formación docente.

Cualitativamente realizamos un análisis comprensivo de los planes de estudio, syllabus, material de clase y catálogos utilizando una matriz de análisis-calificación que diseñada para caracterizar los tipos de conocimiento Koehler y Mishra (2005) y que adaptamos para poder analizar la formación de profesionales que se encargan o se encargarán del diseño de cursos para la modalidad online (ver anexo 1).

Para conducir el anterior análisis Iniciamos con la revisión de cada programa revisando catálogos y planes de estudio de cada universidad, analizando los programas de licenciaturas o maestrías en matemáticas, en educación matemática, en tecnología u áreas afines. Con este ejercicio identificamos los requisitos de cada programa (número total de créditos, áreas de especialización, prácticas, total de duración del programa) y las descripciones generales de los cursos.

Como se observa en la figura 1, luego de una revisión exhaustiva de este material solicitamos a las universidades documentos particulares tales como los syllabus de los cursos, metodología de enseñanza y aprendizaje, documentos sobre los recursos digitales.



- b. El *diseño de las tareas de aprendizaje* un curso de matemáticas online. En este apartado realizamos una exploración inicial y caracterización del diseño del curso online de Pensamiento lógico.

Para ello analizamos cualitativamente la forma en que se encuentran estructurados los siguientes elementos: tipo de conocimiento matemático que promueve (procedimental, conceptual, conocimiento del contenido), el uso de representaciones, el tipo de actividad matemática que se promueve y el uso de software. Para ello realizaremos un análisis de contenido que se desarrolla en dos fases. En la primera se caracterizan los elementos de las tareas de aprendizaje utilizando los principios y categorías de diseño instruccional de tareas que promueven comprensiones conceptuales en matemáticas. Estos principios fueron establecidos a través de una revisión extensa de la literatura en el área.

En la segunda etapa se tomaron las caracterizaciones realizadas en la anterior etapa para identificar patrones en la forma en que cada elemento está estructurado. Por ejemplo, se puede establecer si las tareas se enfocan en promover comprensiones conceptuales o procedimentales. También se exploró el establecer si se usan las representaciones como un modelo de o un “modelo para”, Basado en esto crearemos categorías emergentes basadas en el marco de

referencia para analizar la calidad del diseño de las tareas de aprendizaje orientadas a promover aprendizajes conceptuales.

Finalmente realizamos un análisis exploratorio de manera cuantitativa los resultados del pre y post test diseñado para “medir” las comprensiones conceptuales de los estudiantes. Con ello estableceremos si con el diseño de las tareas los estudiantes tuvieron avances significativos en sus aprendizajes. Posteriormente utilizaremos las bases de datos con los perfiles demográficos de los estudiantes para establecer si existe alguna relación entre las características de los estudiantes y los elementos de las tareas de aprendizaje.

2.5 Alcances y limitaciones

Aunque nuestra muestra es reflejo de la población de programas de formación docente en matemáticas en el país (de los cuales solo escogimos los programas que están acreditados de calidad) consideramos necesario validar y extender el marco metodológico y teórico generado para caracterizar los programas en contextos diversos al colombiano y en programas en otras disciplinas.

Capítulo 3 - Resultados

El primer objetivo del proyecto se centró en la caracterización del estado actual de la formación en Colombia que reciben profesionales en el área de diseño de tareas de aprendizaje para la modalidad virtual.

Resultados del análisis estadístico ilustran la distribución de las áreas de conocimiento promovidas por los programas de formación de futuros profesores de matemáticas mostrando que la mayoría centran su formación en el conocimiento matemático y conocimiento pedagógico de la tarea. Mientras que se da un énfasis mínimo al conocimiento tecno-pedagógico, conocimiento tecno-pedagógico de las matemáticas y al diseño de tareas de aprendizaje mediadas por las TIC. Además, muy pocos programas

ofrecen cursos para adquirir el conocimiento necesario para crear y diseñar cursos online que efectivamente promuevan el aprendizaje de las matemáticas.

Conocimiento matemático

Resultado del análisis encontramos que en más de la mitad del promedio total de los cursos analizados se centran en el desarrollo del conocimiento de las matemáticas (CK), en estos cursos los estudiantes para profesor abordan las principales áreas del conocimiento matemático tales como álgebra, geometría, cálculo y estadística. El análisis de contenido muestra que la metodología de estos cursos se basa principalmente en la exposición de los contenidos de manera que el profesor presenta la teoría y algún ejemplo o problema de ejercitación. Las entrevistas a los estudiantes y egresados indican que el rol del estudiante en estos cursos consiste en escuchar la exposición del contenido para posteriormente desarrollar ejercicios en los que exploran los conceptos estudiados.

Estudiante 7: "...en los cursos de matemáticas como lo son álgebra lineal o cálculo normalmente el profesor presenta el tema, si me entiende, explica la teoría. En esos casos uno puede preguntar si tiene dudas. Ellos normalmente desarrollan un ejemplo sobre el cual realizan la explicación o también usan ejemplos para ver la aplicación de la teoría que presentaron y luego uno tiene que trabajar en algún problema o algún ejercicio que trata el tema"

Estos resultados nos permiten establecer que la formación de los futuros docentes de matemáticas se concentra en el desarrollo de los conceptos propios de la disciplina, particularmente los estudiantes se concentran en sub-áreas de conocimiento que son relevantes para la enseñanza de las matemáticas en programas de pregrado.

Conocimiento en áreas generales de formación docente.

La codificación y análisis de los cursos que brindaban formación general sobre aspectos relacionados con la práctica docente y los procesos de enseñanza y aprendizaje muestran que las áreas generales en las que se enfocó la instrucción están distribuidas de la siguiente forma: lengua extranjera (inglés), comunicación, sociología, la psicología y desarrollo y antropología. El análisis de contenido de los syllabus y materiales referidos a los cursos indican que, aunque se abordan teorías generales que guardan relación con la enseñanza y aprendizaje no se establece una relación directa sobre cómo se podría utilizar este conocimiento en la práctica docente. Tampoco se aborda la relación que estas teorías o conocimientos tienen respecto a la enseñanza de las matemáticas.

Conocimiento de la tarea

Varios investigadores han reconocido la importancia del diseño de las tareas para fomentar el aprendizaje conceptual de nociones matemáticas (Bakker, 2004; Bakker & Gravemeijer, 2006; Bakker & Hoffmann, 2005; Confrey, 1981; Chernoff, Liljedahl, & Zazkis, 2007; Drijvers, 2000; Grouws, & Hiebert, 2007; Heid, 1988; Kieran, 2019). Al respecto, el análisis de los datos muestra que solo un promedio de 0.1% de los cursos desarrolla el conocimiento de la tarea, lo cual indica la poca formación que reciben los futuros profesores en un área que es crítica para el fomento del aprendizaje conceptual de las matemáticas.

Al analizar la distribución de este 0.01% de los cursos que desarrollan el conocimiento de la tarea encontramos que un 0.02% de tales cursos aborda o discute el diseño de tareas para la *modalidad online*.

Autores como (Borba & Llinares, 2012; Orey & Rosa, 2018; Sven Trenholm, Julie Peschke & Mohan Chinnappan (2019 p.3) indican que, aunque el diseño de las tareas de aprendizaje para cursos online de matemáticas es relevante, este se ha enfocado mayormente en el desarrollo del contenido disciplinar y habilidades procedimentales dando menos importancia al desarrollo de la comprensión matemática y la resolución de

problemas. Complementariamente nuestro estudio halló a través del análisis de contenido que los cursos de formación en los que se trabajó en el diseño de tareas de aprendizaje en matemáticas para la modalidad online, se centraron en la discusión de los recursos tecnológicos o digitales a utilizar para promover las interacciones (i.e. foros, chats, emails), mientras que las comprensiones acerca de las formas de aprender matemáticas en la modalidad online no fueron abordadas.

Finalmente, en la categoría de conocimiento de la tarea encontramos que en promedio el 9.6% de los cursos de los programas de formación promovieron el conocimiento pedagógico de la tarea (tPK). Pero al considerar el uso o incorporación de tecnología en el diseño de las tareas solo un promedio del 0.5% de los cursos de los programas de formación desarrollaron el conocimiento tecno-pedagógico de la tarea (tTPK).

Conocimiento pedagógico

En cuanto al conocimiento pedagógico identificamos que en promedio un 4.2% de los cursos de los programas desarrollan el conocimiento pedagógico (PK) necesario para desarrollar los procesos de enseñanza. Específicamente, el análisis de contenido de los syllabus de los cursos indica que la mayoría abordan estrategias pedagógicas a nivel general. Entre ellas el desarrollo de trabajos en colaboración, aprendizaje por proyectos y el uso de la evaluación como herramienta pedagógica. Finalmente encontramos que un promedio del 5.2% de los cursos de los programas desarrollaban el conocimiento pedagógico de las matemáticas (PCK). Lo cual sugiere que los futuros profesores reciben formación en el análisis de las potencialidades y restricciones pedagógicas al enseñar el contenido matemático. Sin embargo, el énfasis es mínimo.

Conocimiento tecnológico

Finalmente, el área de conocimiento con menos énfasis y desarrollo fue la de conocimiento tecnológico. Solo un promedio del 2.3% de los cursos promovieron el conocimiento tecnológico (TK), mientras que solo un 0.5% de los cursos consideraron las particularidades tecnológicas de la enseñanza de las matemáticas o mejor llamado

conocimiento tecnológico de las matemáticas (TCK) y un escaso 0.1% promovían el conocimiento tecnológico pedagógico de las matemáticas (TPACK). El análisis de contenido indica que los pocos cursos en los que se desarrollan conocimientos tecnológicos requeridos para la enseñanza de las matemáticas se enfocan en el uso de paquetes de software tales como geogebra, cabri o uso de graficadoras. Sin embargo, en la mayoría de los casos los cursos se concentran en desarrollar las habilidades técnicas requeridas para utilizar la herramienta digital o software, solo en pocas instancias se promovía una discusión sobre las implicaciones de utilizar tal herramienta (tipo de conocimiento matemático desarrollado, tipo de representaciones). Una examinación cercana de tales cursos permitió identificar que solo un 0.03 de estos requerían de los estudiantes el diseño de experiencias de aprendizaje que utilizaran o incorporaran tecnología.

Capítulo 4 - Conclusión y Discusión

El presente informe ofrece un marco metodológico y teórico para analizar los programas de formación de futuros profesores para la enseñanza de las matemáticas para la modalidad online. Además, muestra a través del análisis de los programas de formación en Colombia que la mayoría se centran en el desarrollo del conocimiento matemático y conocimiento pedagógico de la tarea. Mientras que dan un énfasis mínimo al conocimiento tecno-pedagógico, conocimiento tecno-pedagógico de las matemáticas y al diseño de tareas de aprendizaje mediadas por las TIC.

También identificamos que muy pocos programas ofrecen cursos para adquirir el conocimiento necesario para crear y diseñar cursos online que efectivamente promuevan el aprendizaje de las matemáticas.

Finalmente, aunque nuestra muestra es reflejo de la población de programas de formación docente en matemáticas en el país (de los cuales solo escogimos los programas que están acreditados de calidad) consideramos necesario validar y extender el marco metodológico y teórico generado para caracterizar los programas en contextos diversos al colombiano y en programas en otras disciplinas.

Capítulo 5 - Conclusiones

5.1 Cumplimiento de objetivos y aportes

De acuerdo con lo planteado en los objetivos y haciendo un análisis general de la propuesta como equipo de trabajo podemos decir que se logró cumplir con lo planteado al inicio de la investigación, dado que logramos realizar una caracterización general y real del verdadero estado actual de la formación en Colombia que reciben profesionales en el área de diseño de tareas de aprendizaje para la modalidad virtual. Esto se da de acuerdo a que se logró identificar a nivel nacional las universidades que contaban con una acreditación de alta calidad y que dentro de su formación contaban con programas que orientaban la educación matemática hacia la licenciatura o hacia las matemáticas aplicadas.

Son más objetivos aún los resultados encontrados dentro de la investigación, ya que dentro de la metodología planteada desde el principio, se analizaron uno a uno los syllabus de los cursos descritos dentro de los planes de estudio, esto hizo que lográramos clasificarlos de acuerdo a unos estándares y así al final en los hallazgos lograr cumplir con lo propuesto tanto en el objetivo general como en los específicos.

5.2 Producción asociada al proyecto

Como resultado final se logra consolidar un informe institucional final de la investigación donde se muestra el planteamiento inicial, se desarrolla la propuesta y se entregan unos resultados acordes a los objetivos planteados para la misma. También se logra llevar a cabo la escritura de un artículo de investigación y una ponencia en el foro EMAD de la universidad de los Andes llevada a cabo en el mes de octubre de 2019 (<https://www.youtube.com/watch?v=SYfJ8OhIWOU&feature=youtu.be>).

5.3 Líneas de trabajo futuras

Dado el crecimiento acelerado de la población estudiantil que cursa programas virtuales, su bajo desempeño en las áreas de matemáticas y la escasa formación que reciben los futuros docentes para enfrentar no solo el reto de enseñar matemáticas conceptualmente sino también en la modalidad online vemos la creciente necesidad de

prestar atención al desarrollo de las áreas de conocimiento en tecnología y diseño de tareas de aprendizaje como un área que podría abordar tal problemática.

Dada la naturaleza de la enseñanza de las matemáticas en la modalidad online es necesario en futuras investigaciones profundizar en el estudio y análisis de los conocimientos necesarios para efectivamente crear e implementar tareas y secuencias de aprendizaje en la modalidad online que efectivamente desarrollen el aprendizaje y la comprensión conceptual de las matemáticas. Hasta el momento contamos con una comprensión muy escasa de las particularidades del conocimiento del profesor que enseña en la modalidad online. Menos explorado ha sido la forma en que el profesor usa representaciones y recursos multimedia para la enseñanza de las matemáticas online.

Anexos

Anexo 1: Tabla con estándares e indicadores por área de conocimiento.

# estándar	Estandar	Indicadores	Categoría de profundidad. ¿Con qué profundidad se abordan los diferentes tipos de conocimiento?	Porcentaje total de cursos que abordan X tipo de conocimiento
1	Conocimiento de contenido CC: El programa/curso prepara a los profesionales en el contenido disciplinar. Los futuros profesionales reconocen la naturaleza del conocimiento matemático y comprende las implicaciones de su naturaleza en los procesos de enseñanza. Su comprensión de los objetos matemáticos facilita la comprensión de las potencialidades pedagógicas.	11: El curso desarrolla aspectos teóricos de conceptos matemáticos 12: El curso promueve experiencias de aprendizaje en las que los estudiantes reconocen que a diferencia de los conceptos de otras ciencias, los conceptos matemáticos no son "visibles" o son accesibles a través de representaciones sino que son construcción de 13: El curso desarrolla las comprensiones conceptuales de objetos matemáticos críticos para la disciplina. 14: El curso desarrolla habilidades técnicas asociadas con el desarrollo de procedimientos y operaciones propias de la disciplina de las matemáticas (i.e. Realizar demostraciones, resolver un sistema de ecuaciones)	Categoría 1: El programa trata o el curso promueve el área de conocimiento de contenido entre un 75-100% Categoría 2: El programa trata o el curso promueve el área de conocimiento de contenido entre un 50-75% Categoría 3: El programa trata o el curso promueve el área de conocimiento de contenido entre un 25-50% Categoría 4: El programa trata o promueve el área de conocimiento en un 0-25%	% cursos: porcentaje de cursos que abordan CC. Cálculo: $\frac{\text{Total cursos CC}}{\text{Total cursos del programa}}$
2	Conocimiento de la tarea de aprendizaje definido por Liljedahl, Chernoff & Zazkis (2007) como la comprensión de las matemáticas que están inmersas en la tarea y la comprensión de que forma en la que los componentes de la tarea están estructurados, se relaciona con el desarrollo de aprendizajes de conceptos matemáticos específicos.	21: Los cursos promueven la comprensión y análisis de tareas de aprendizaje para identificar las matemáticas que están inmersas en ella o las matemáticas que se necesitan para resolver la tarea. ¿Qué matemáticas necesito para abordar la tarea? y ¿Qué matemáticas necesito para enseñar esta tarea? 22: Comprensión de los aspectos o elementos de la tarea que pueden promover o desarrollar cierto conocimiento matemático (i.e. Tareas no numéricas, tareas que requieren predicción...) 23: Comprensión de la interacción de los diferentes componentes de las tareas de aprendizaje. Por ejemplo interacciones entre representaciones, lenguaje y actividad matemática que la tarea promueve. 24: Comprensión de los conocimientos previos y habilidades que el estudiante necesita para poder desarrollar la tarea de aprendizaje.	Categoría 1: El programa trata o el curso promueve el área de conocimiento de la tarea de aprendizaje 75-100% Categoría 2: El programa trata o promueve el área de conocimiento de la tarea de aprendizaje entre un 50-75% Categoría 3: El programa trata o promueve el área de conocimiento de la tarea de aprendizaje entre un 25-50% Categoría 4: El programa trata o el curso promueve el área de conocimiento en un 0-25%	% cursos: porcentaje de cursos que abordan CC. Cálculo: $\frac{\text{Total cursos CC}}{\text{Total cursos del programa}}$
3	Conocimiento Tecnológico del contenido Conocimiento de las características y el potencial de las herramientas digitales y tecnológicas que pueden ser utilizadas para la enseñanza de las matemáticas y de tópicos o conceptos particulares. Los profesionales tienen un extenso y profundo conocimiento del funcionamiento de herramientas digitales para la enseñanza de las matemáticas (desmos, geogebra, alNuts). Además comprenden como pueden ser utilizados para la enseñanza de temas específicos. Comprenden cómo el uso de estos modifica la forma en que los estudiantes aprenden conceptos en un área de contenido específico.	31: El curso desarrolla comprensiones sobre cómo la tecnología puede facilitar la conexión de diferentes representaciones de un objeto matemático. 32: El curso promueve el razonamiento crítico, los estudiantes son capaces de evaluar la pertinencia y limitaciones de usar una herramienta digital o recurso tecnológico para la enseñanza de tópicos en matemáticas. 33: El curso provee oportunidades para que los estudiantes utilicen herramientas digitales o recursos digitales que pueden usarse para la enseñanza de tópicos particulares de las matemáticas. 34: El programa ofrece oportunidades prácticas para que los estudiantes usen representaciones que promuevan la interconexión de representaciones para facilitar la comprensión o el desarrollo de un objeto matemático.	Categoría 1: El programa trata el área de conocimiento tecnológico del contenido entre un 75-100% Categoría 2: El programa trata el área de conocimiento tecnológico del contenido entre un 50-75% Categoría 3: El programa trata el área de conocimiento tecnológico del contenido entre un 25-50% Categoría 4: El programa trata o el curso promueve el área de conocimiento en un 0-25%	% cursos: porcentaje de cursos que abordan CTC. Cálculo: $\frac{\text{Total cursos CTC}}{\text{Total cursos del programa}}$

4	Conocimiento Pedagógico : El programa/curso prepara a los profesionales para comprender teorías de enseñanza y posibles métodos o estrategias pedagógicas a utilizar. Además prepara a los estudiantes para que escojan de manera exitosa estrategias de enseñanza que le permitan a los estudiantes alcanzar los objetivos de aprendizaje.	41: El curso aborda estrategias pedagógicas o enfoques pedagógicos para la enseñanza. Solo desde un enfoque teórico 42: El curso aborda teorías del aprendizaje (i.e. Constructivista, construccionismo, socio-cultural) 43: El curso ofrece oportunidades de práctica para escoger e implementar una estrategia de enseñanza de las matemáticas. 44: El curso prepara a los estudiantes para analizar los alcances y limitaciones de utilizar cierto método o estrategia de enseñanza.	Categoría 1: El programa trata el área de conocimiento pedagógico entre un 75-100% Categoría 2: El programa trata el área de conocimiento pedagógico entre un 50-75% Categoría 3: El programa trata el área de conocimiento tecnológico del contenido entre un 25-50% Categoría 4: El programa trata o el curso promueve el área de conocimiento en un 0-25%	% cursos: porcentaje de cursos que abordan CP. Cálculo: $\frac{\text{Total cursos CP}}{\text{Total cursos del programa}}$
5	Conocimiento Pedagógico de la tarea: definido por Liljedahl, Chernoff & Zazkis (2007) como una integración del conocimiento de la tarea y de las matemáticas que están inmersas en la tarea junto con un conocimiento de las formas en las que los conceptos o contenido matemático puede ser promovido por una tarea de aprendizaje	51: El curso ofrece oportunidades para diseñar tareas o secuencias de aprendizaje. 52: El curso promueve oportunidades para analizar como la estructura de los componentes de una tarea (i.e. Representaciones, tipo de actividad matemática..) permite a los estudiantes aprender conceptualmente. 53: El curso promueve la reflexión acerca de las formas en que una tarea de aprendizaje puede promover cierto tipo de habilidades matemáticas. 54 El curso promueve el uso de estrategias pedagógicas para la implementación de las tareas de aprendizaje	Categoría 1: El programa trata o promueve el conocimiento pedagógico de la tarea entre un 75-100% Categoría 2: El programa trata o promueve el conocimiento pedagógico de la tarea entre un 50-75% Categoría 3: El programa trata o promueve el conocimiento pedagógico de la tarea entre un 25-50% Categoría 4: El programa trata o el curso promueve el área de conocimiento en un 0-25%	% cursos: porcentaje de cursos que abordan CPt. Cálculo: $\frac{\text{Total cursos CPt}}{\text{Total cursos del programa}}$
6	Conocimiento Pedagógico del contenido Refiere al conocimiento del proceso de enseñanza (Schulman, 1986). Los profesionales integran y coordina el conocimiento de la disciplina y la pedagogía con el fin de desarrollar mejores prácticas de enseñanza de tópicos matemáticos particulares.	61: El curso aborda estrategias pedagógicas o enfoques pedagógicos para la enseñanza de las matemáticas (i.e. Resolución de problemas) . 62: El curso aborda teorías del aprendizaje y sus especificidades para las matemáticas (i.e. Constructivista, construccionismo, socio-cultural) 63: El curso ofrece oportunidades de práctica para escoger e implementar una estrategia de enseñanza de las matemáticas.	Categoría 1: El programa trata o promueve el conocimiento pedagógico del contenido entre un 75-100% Categoría 2: El programa trata o promueve el conocimiento pedagógico del contenido entre un 50-75% Categoría 3: El programa trata o promueve el conocimiento pedagógico del contenido entre un	% cursos: porcentaje de cursos que abordan CPC. Cálculo: $\frac{\text{Total cursos CPC}}{\text{Total cursos del programa}}$

7	Conocimiento Tecnológico CT: El programa/curso provee el conocimiento y la experiencia para manejar tecnología de manera que el profesional puede con apropiación planear una clase que hace uso efectivo de tecnología o herramientas digitales. Los profesionales conocen varias tecnologías. Entre ellas reconoce tecnologías digitales, tableros interactivos, applets y programas (i.e. geogebra, cabri)	71: El curso presenta herramientas digitales o TIC que puede ser usada para la enseñanza de las matemáticas.	Categoría 1: El programa trata o promueve el área de conocimiento tecnológico entre un 75-100%
		72: El curso ofrece oportunidades para que los estudiantes desarrollen la destreza de manejar a un nivel experto las herramientas digitales o TIC que se usan para enseñar las matemáticas (i.e. El profesional usar a nivel experto herramientas digitales tales como graficadoras..)	Categoría 2: El programa trata o promueve el área de conocimiento tecnológico entre un 50-75%
		73: El curso promueve la reflexión acerca de las potencialidades y restricciones de usar la herramienta tecnológica	Categoría 3: El programa trata o promueve el área de conocimiento tecnológico del contenido entre un 25-50%
		74 El curso promueve el uso de herramientas tecnológicas propias del quehacer de un matemático. i.e. LaTeX, programación lineal.	Categoría 4: EL programa o curso promueve el área de conocimiento tecnológico entre un 0-25%
8	Conocimiento tecno-pedagógico de la tarea de aprendizaje refiere al conocimiento de las matemáticas inmersas en la tarea, el conocimiento de las formas en las que los conceptos matemáticos pueden ser promovidos a través de la tarea y de la mediación de recursos digitales o herramientas tecnológicas.	81: EL curso ofrece oportunidades para diseñar tareas o secuencias de aprendizaje asistidas por herramientas digitales o tecnología.	Categoría 1: El programa trata o promueve el conocimiento tecno-pedagógico de la tarea entre un 75-100%
		82: El curso promueve oportunidades para analizar como la estructura de los componentes de una tarea (i.e. Representaciones, tipo de actividad matemática..) y el uso de herramientas digitales o tecnología puede permitir a los estudiantes aprender matemáticas.	Categoría 2: El programa trata o promueve el conocimiento tecno-pedagógico de la tarea entre un 50-75%
		83: El curso promueve la reflexión acerca de las formas en que una tarea de aprendizaje junto con el uso de herramientas digitales o tecnológicas puede promover cierto tipo de habilidades matemáticas.	Categoría 3: El programa trata o promueve el conocimiento tecno-pedagógico de la tarea entre un 25-50%
		84: El curso prepara a los estudiantes para analizar los alcances y limitaciones de utilizar cierto recurso tecnológico o herramienta digital para el aprendizaje de un concepto matemático específico.	Categoría 4: EL programa o curso promueve el área de conocimiento tecnológico entre un 0-25%
9	Conocimiento Tecno-pedagógico CTP Refiere al conocimiento de como herramientas digitales y recursos tecnológicos pueden ser usados para la enseñanza de las matemáticas. Involucra una comprensión de como el uso de tecnologías cambia la forma en que se enseña el contenido.	91: El curso ofrece oportunidades para diseñar tareas o secuencias de aprendizaje asistidas por herramientas digitales o tecnología.	Categoría 1: El programa trata o promueve el área de conocimiento de contenido entre un 75-100%
		92: El curso ofrece oportunidades para implementar diseños de instrucción asistidos por tecnología. Y con base en ello reflexionar sobre las potencialidades y limitaciones de la estrategia pedagógica.	Categoría 2: El programa trata o promueve el área de conocimiento de contenido entre un 50-75%
		93: El curso provee oportunidades para comprender como el uso de tecnología requiere un diseño pedagógico diferente.	Categoría 3: El programa trata o promueve el área de conocimiento tecnológico del contenido entre un 25-50%

10	Conocimiento Tecnológico, pedagógico de contenido CTPC: refiere al conocimiento que se requiere para efectivamente incorporar tecnología en los procesos de enseñanza. Implica una comprensión profunda tanto del contenido como de las formas en que este se puede enseñar a través de una herramienta tecnológica. Lo anterior refleja una compleja interacción entre el conocimiento del contenido, cómo enseñarlo y los medios digitales para hacer esto.	101: El curso promueve oportunidades para proponer un diseño y secuenciación de tareas asistidas por tecnología, para la enseñanza de un tema específico de las matemáticas	Categoría 1: El programa trata el área de conocimiento de contenido entre un 75-100%
		102: El estudiante es capaz de analizar las potencialidades pedagógicas de una herramienta tecnológica para promover el aprendizaje de una noción matemática particular.	Categoría 2: El programa trata el área de conocimiento de contenido entre un 50-75%
		103: El curso desarrolla habilidades de diseño (formulación de objetivos de aprendizaje, selección de la actividad matemática, diseño de la tarea de aprendizaje, elección de la estrategia de enseñanza) necesarias para crear una secuencia de aprendizaje asistida por tecnología.	Categoría 3: El programa trata el área de conocimiento tecnológico del contenido entre un 25-50%
11	Conocimiento tecnológico, pedagógico de las tareas de aprendizaje de las matemáticas Refiere al conocimiento de diseñar tareas de aprendizaje asistidas por herramientas digitales o tecnología para promover el aprendizaje de conceptos matemáticos particulares. Refiere a la comprensión de los conceptos matemáticos que están inmersos en la tarea, la forma en que la comprensión de tales conceptos se puede promover a través de la tarea y	111: El curso promueve habilidades para proponer un diseño y secuenciación de tareas asistidas por tecnología, para la enseñanza de un tema específico de las matemáticas	Categoría 1: El programa trata o promueve el conocimiento tecnológico-pedagógico de la tarea de aprendizaje matemático entre un 75-100%
		112: Prepara al estudiante para ser capaz de analizar las potencialidades pedagógicas de una herramienta tecnológica para promover el aprendizaje de una noción matemática particular.	Categoría 2: El programa trata o promueve el conocimiento tecnológico-pedagógico de la tarea de aprendizaje matemático entre un 50-75%
		113: El curso promueve habilidades para integrar el conocimiento sobre cómo los estudiantes desarrollan un concepto en la forma en que se secuencian las tareas de aprendizaje.	Categoría 3: El programa trata o promueve el conocimiento tecnológico-pedagógico de la tarea de aprendizaje matemático entre un 25-50%

Referencias

Ally, M. (2004). Foundations of educational theory for online learning. In T. Anderson & F. Elloumi (Eds.), *Theory and practice of online learning* (pp. 1–31). Athabasca: Athabasca University.

Alvarez, I., Guasch, T., & Espasa, A. (2009). University teacher roles and competencies in online learning environments: A theoretical analysis of teaching and learning practices. *European Journal of Teacher Education*, 32, 321–336. <https://doi.org/10.1080/02619760802624104>.

Barrera-Osorio, F. & Linden, L. L. (2009). The use and misuse of computers in education: Evidence from a randomized experiment in Colombia. *Policy Research Working Paper*. (February), 43. [online]. Available from: <http://go.worldbank.org/BZZT7KNLG0>.

Ball, D., Sleep, L., Boerst, T. A., & Bass, H. (2009). Combining the Development of Practice and the Practice of Development in Teacher Education. *Elementary School Journal*, 109(5), 458–474.

Bakker, A & Hoffman (2005). *Design Research in Statistics Education: On Symbolizing and Computer Tools*. Utrecht, the Netherlands: CD Beta Press.

Bakker, A. and Gravemeijer, K. P. E. (2006). A historical phenomenology of mean and median. *Educational Studies in Mathematics*, 63(1).

Bernard, R. M., Borokhovski, E., & Tamim, R. M. (2014). Detecting bias in meta-analyses of distance education research: big pictures we can rely on. *Distance Education*, 35(3), 271--293.

Borba, M. C., Clarkson, P., & Gadanidis, G. (in press). Learning with the use of the Internet. In M. A. (Ken) Clements et al. (Eds.), *Third international handbook of*

mathematics education. Springer international handbooks of education (Vol. 27). New York: Springer.

Borba, M. C., & Llinares, S. (2012). Online mathematics teacher education: overview of an emergent field of research. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education*, 44(6), 697–704. doi: [10.1007/s11858-012-0457-3](https://doi.org/10.1007/s11858-012-0457-3)

Borokhovski, E., Tamim, R., Abrami, P. C., Wade, C. A., & Lowerison, G. (2007). Technology's effect on achievement in higher education: A Stage I meta-analysis of classroom applications. *Journal of Computing in Higher Education*, 21(2), 95–109. doi:10.1007/s12528-009-9021-8

Brown, A. (1992). Design Experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141-178.

Blair, R., Kirkman, E. & Maxwell, J.W. (2012). Statistical abstract of undergraduate programs in the mathematical sciences in the United States: Fall 2010 conference board of mathematical sciences (CBMS) survey. Providence, RI: American Mathematical Society.

Camburn, EM, & Han, SW. (2011). Two decades of generalizable evidence on U.S. instruction from national surveys. *Teachers College Record*, 113(3), 561–610

Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. En Anthony Kelly y Richard Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307-333). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P. (2003). Investigating students' reasoning about linear measurement as a paradigm case of design research. En Michelle Stephan, Janet Bowers y Paul Cobb (Eds.), *Supporting students' development of measuring conceptions: Analyzing students' learning*

in social context (Journal for Research in Mathematics Education Monograph; N 12, pp. 1-16). Reston, VA: NCTM.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., & McNeal, B. (1992). Characteristics of Classroom Mathematics Traditions: An Interactional Analysis. *American Educational Research Journal*, 29(3), 573–604.

Corey, D. L., Peterson, B. E., Lewis, B. M., & Bukarau, J. (2010). Are there any places that students use their heads? Principles of high-quality Japanese mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematical Education*, 41, 438-478

Confrey. (1981a). Concepts, Processes and Mathematics Instruction. *For the Learning of Mathematics*, (1), 8.

Confrey, J. & Lachance, A. (2000). Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design. En Anthony Kelly y Richard Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 231–266). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology. En R. Keith Sawyer (Ed.), *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 135-152). New York, NY: Cambridge University Press.

Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243–307). The Netherlands: Reidel.

Claro, M. (2010). Impacto de las TIC en los aprendizajes de los estudiantes. Estado del arte. *Colección Documentos de proyectos*. Septiembre 28.

Clay, E., Silverman, J., & Fisher, D. J. (2012). Understanding online asynchronous collaboration in mathematics teacher education. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 44(6), this issue.

Cuban, L., Kirkpatrick, H., & Peck, C. (2001). High access and low use of technologies in high school classrooms: Explaining an apparent paradox. *American Educational Research Journal*, 38, 813–834.

Darling-Hammond, L., & Youngs, P. (2002). Defining “Highly Qualified Teachers”: What Does “Scientifically-Based Research” Actually Tell Us? *Educational Researcher*, (9), 13.

Engelbrecht, J., & Harding, A. (2005). Teaching undergraduate mathematics on the internet. *Educational Studies in Mathematics*, 58(2), 235–252.

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (1996). A Longitudinal Study of Learning to Use Children’s Thinking in Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, (4), 403.

Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers’ knowledge and its impact. In *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 147–164). New York: Macmillan.

Fernandez, E. (2014). Transitions from Live to Online Teaching, *PRIMUS*, 24(1), p.1-11.

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2012). Learning to notice students’ mathematical thinking through online discussions. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 44(6), this issue.

Garrison, D. R., & Vaughan, N. (2008). Blended learning in higher education: Framework, principles, and guidelines (1st ed.). San Francisco: Jossey-Bass.

Gravemeijer, K (1999). Tool use and the development of the function concept: from repeated calculations to functional thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, online first.

Hiebert, J., & Grouws, D. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 371–404). Greenwich, CT: Macmillan; Maxwell Macmillan Canada; Maxwell Macmillan International.

Hoyles & Lagrange, M. (2013). Using digital technologies in mathematics teaching: Developing an understanding of the landscape using three "grand challenge" themes. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 341-359. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/23434467>

Huang, R., & Bao, J. (2006). Towards a model for teacher professional development in China: Introducing Keli. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 279-298.

Hue, L., & Jalil, H. A. (2013). Attitudes towards ICT integration into curriculum and usage among university lecturers in Vietnam. *International Journal of Instruction*, 6(2), 53–66.

Jones, E. R. (1999, February). A comparison of an all Web-based class to a traditional class. Paper presented at the meeting of the Society for Information Technology and Teacher Education, San Antonio, TX.

Kankaanranta, M. & Puhakka, E. 2008. Towards innovative use of information technology in education. Results of the international SITES 2006 Study. University of Jyväskylä, Finnish Institute for Educational Research. In Finnish. Executive Summary of the SITES 2006 international report available in English at: <http://www.sites2006.net/>

Kieran, C. (2001). The Mathematical Discourse of 13-Year-Old Partnered Problem Solving and Its Relation to the Mathematics That Emerges. *Educational Studies in Mathematics*, (1/3), 187.

Kieran C. (2019) Task Design Frameworks in Mathematics Education Research: An Example of a Domain-Specific Frame for Algebra Learning with Technological Tools. In: Kaiser G., Presmeg N. (eds) *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education*. ICME-13 Monographs. Springer.

Koehler, M. J. & Mishra, P. (2005). What happens when teachers design educational technology? The development of Technological Pedagogical Content Knowledge. *Journal of Educational Computing Research*. 32(2), 131-152. [PDF]

Marcelo, C., Yot, C., & Mayor, C. (2015). Enseñar con tecnologías digitales en la Universidad. *Comunicar*, 23(45), 117-124. <https://doi.org/10.3916/C45-2015-12>.

Margolinas, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques? *Revue Française de Pédagogie*, 188, 13-22

Mason, J., & Johnston-Wilder, S., 2004. *Designing and using mathematical tasks*. St Alban's: Tarquin Press.

Mallet, D. G. (2008). Asynchronous online collaboration as a flexible learning activity and an authentic assessment method in an undergraduate mathematics course. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 4(2), 143--15

Maltempi, M. V., & Malheiros, A. P. S. (2010). Online distance mathematics education in Brazil: Research, practice and policy. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 42(3–4), 291–303.

Mensch, S. (2010). Issues in offering numeric based courses in an online environment. *Journal of Instructional Pedagogies*, 3, Retrieved February 2, 2018: <http://www.aabri.com/manuscripts/09405.pdf>

Micari, M., Light, G., Calkins, S., & Streitwieser, B. (2007). Assessment beyond performance. *American Journal of Evaluation*, 28(4), 458--476.

Ministerio de Educación Nacional MEN (2013) Lineamientos de calidad para la verificación de las condiciones de calidad de los programas virtuales y a distancia.

Mishra, P. & Koehler, M. (2005). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *The Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054.

Mishra, P. & Koehler, M. J. (2007). Introducing technological pedagogical content knowledge. In annual meeting of the American Educational Research Association (pp. 1-16).

Mishra, P., Koehler, M. J. & Kereluik, K. (2009). Looking back to the future of educational technology. *TechTrends*, 53(5), 49.

Molina, M. Castro, E. Molina, J. & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88.

OECD (2015). *Students, Computers and Learning: Making the connection*. OECD Publishing.

Oliver, R. (1994) Factors influencing beginning teachers' uptake of computers, *Journal of Technology and Teacher Education*, 2, pp. 71-89.

Orey, D.C. & Rosa, M. (2018) Developing a mathematical modelling course in a virtual learning environment. *ZDM Mathematics Education* (2018) 50: 173. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0930-8>

Parker, D., & Gemino, A. (2001). Inside online learning: Comparing conceptual and technique learning performance in place-based and ALN formats. *Journal of Asynchronous Learning Networks*, 5(2), 64--74.

Payne, C. (2004). Design for success: Applying progressive educational principles online. In C. Vrasidas & G. V. Glass (Eds.), *Online professional development for teachers* (pp. 231–248). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Plath, R.J. (2006). *A Comparison between Online and Traditional Community College Academic Success in Mathematics*. Unpublished PhD Dissertation. Capella University, US.

Price, L., & Kirkwood, A. (2011). *Enhancing professional learning and teaching through technology: A synthesis of evidence-based practice among teachers in higher education*. York: Higher Education Academy.

Ragan, L.C. (1998). *Good Teaching is Good Teaching: An Emerging Set of Guiding Principles and Practices for the Design and Development of Distance Education*. DEOSNEWS (8), 12.

Salazar, R. y Melo, Á. (2013). *Lineamientos Conceptuales de la Modalidad de Educación a Distancia*. En Arboleda, Néstor y Rama, Claudio. (Ed.), *Educación superior a distancia y virtual en Colombia*. pp. 81-111. Bogotá: Virtual Educa.

Sierpinska, A. (2003). *Research in Mathematics Education: Through a Keyhole*. In E. Simmt & B. Davis (Eds.), *Proceedings of the Annual Meeting of Canadian Mathematics Education Study Group*: Acadia University.

Simon, M. A. (1995) *Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114-145.

Simon, M. A., & Tzur, R. (2004) *Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory*. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91-104.

Simon, M. A. (2013) *Developing Theory for design of Mathematical Task Sequences: Conceptual Learning as Abstraction*. *ICMI Studies*, 503-510.

Shimizu, Y., Kaur, B., Huang, R., & Clarke, D. (2010) The role of mathematical tasks in different cultures. In Y. Shimizu, B. Kaur, R. Huang & D. Clarke (eds.), *Mathematical Tasks in Classrooms around the World*, 1-14.

Smith, G. G., & Ferguson, D. (2005). Student attrition in mathematics e-learning. *Australasian Journal of Educational Technology*, 21(3), 323—334

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Sven Trenholm, Julie Peschke & Mohan Chinnappan (2019) A Review of Fully Online Undergraduate Mathematics Instruction through the Lens of Large-Scale Research (2000-2015), *PRIMUS*, 29:10, 1080-1100, DOI: 10.1080/10511970.2018.1472685

Tamim, R. M., Bernard, R. M., Borokhovski, E., Abrami, P. C., & Schmid, R. F. (2011). What forty years of research says about the impact of technology on learning: A second-order meta-analysis and validation study. *Review of Educational Research*, 81, 4–28.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. Utrecht: CDß Press / Freudenthal Institute, Utrecht University.

Vilardi, R., Rice, M.L. (2014). Mathematics Achievement: Traditional Instruction and Technology-assisted Course Delivery Methods, *Journal of Interactive Online Learning*, 13(1). Retrieved February 2, 2018.

Watson, A. & Ohtani, M. (2012) Task design in mathematics education discussion document.

Wild, M. (1995) Pre-service teacher education programmes for IT: an effective education?, *Journal of Information Technology for Teacher Education* , 4,pp. 7-20.

Wild, M. (1996) Technology refusal: rationalising the failure of student and beginning teachers to use computers, *British Journal of Educational Technology* , 27, pp. 134-143.

Xu, D., & Jaggars, S. S. (2011). The effectiveness of distance education across Virginia's community colleges: Evidence from introductory college-level math and English courses. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 33(3), 360--377.

Yoshida, M. (1999). Lesson study: A case study of a Japanese approach to improving instruction through school-based teacher development. Doctoral dissertation, The University of Chicago, Chicago, IL.