

**Modelo adaptativo para el mejoramiento de la enseñanza
de las matemáticas en programas de pregrado virtual**

Marcela Rojas
Roberto Pastrana

Facultad de Educación
Facultad de Ingeniería
Corporación Universitaria
Iberoamericana



**Modelo adaptativo para el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas en
programas de pregrado virtual**

An adaptative model to teach undergraduate mathematical courses online

Yury Marcela Rojas

Roberto Pastrana

Diciembre, 21 de 2020

Agradecimientos

(Arial 12, alineación izquierda)

Resumen

Este estudio examinó el alcance en el que los programas de formación docente promueven los conocimientos necesarios para diseñar e implementar tareas que efectivamente promuevan el aprendizaje de las matemáticas en la modalidad online. Realizamos un análisis de contenido para examinar los cursos y experiencias de aprendizaje ofrecidos por los programas. Los resultados cuantitativos muestran que los programas centran el desarrollo del conocimiento matemático disciplinar y pedagógico

de la tarea en la implementación de situaciones ya diseñadas, que en muy pocos casos hacen uso de tecnología. Finalmente, discutimos las implicaciones que tiene esa formación en los procesos de enseñanza de las matemáticas en la virtualidad.

Palabras Clave: Formación docente, Conocimiento de la tarea, Enseñanza de las matemáticas en la modalidad online.

Abstract

This study examines the extent to which teacher's preparation programs develop critical knowledge required to design and implement instruction that incorporates technology to promote students' mathematical learning and understanding. To do so we conducted a content analysis reviewing the program courses and learning experiences. The findings show that most preparation programs focused on developing mathematical and task knowledge, given less attention to the technological-pedagogical knowledge, to the mathematical technological pedagogical knowledge, and to the design of learning tasks and sequence mediated by technology. Furthermore, very few programs offered courses to develop the knowledge required to create and design online courses that effectively promote students' mathematical learning.

Key Words: teacher's preparation programs, task knowledge, teaching mathematics in online environments.

Tabla de Contenido

<i>Introducción.....</i>	<i>6</i>
<i>Justificación</i>	<i>8</i>
<i>Capítulo 2: Aplicación y Desarrollo.....</i>	<i>21</i>
<i>Capítulo 3 - Resultados</i>	<i>25</i>
<i>Capítulo 4 - Discusión.....</i>	<i>31</i>
<i>Capítulo 5 - Conclusiones</i>	<i>33</i>
<i>Referencias</i>	<i>35</i>
<i>Índice de tablas</i>	<i>45</i>
<i>Índice de Figuras.....</i>	<i>47</i>
<i>Índice de Anexos.....</i>	<i>48</i>

Introducción

Retos de los programas de formación docente durante la era de virtualización.

El crecimiento acelerado de la población estudiantil que cursa programas virtuales y su bajo desempeño en las áreas de matemáticas y ciencias exactas se han convertido en una problemática de interés de investigaciones en educación matemática. Actualmente en Colombia el 20,3% de la población estudiantil universitaria cursa sus estudios online. En el 2018, el total de la población estudiantil fue de 2'408.041 de los cuales el 33% correspondía a las modalidades virtual tradicional y distancia (MEN, 2018). Sin embargo, resultados de las pruebas de salida a nivel universitario –pruebas SABER PRO– evidencian que solo un 4% de los estudiantes alcanzo el nivel 4 correspondiente al máximo nivel de desempeño, mientras que el 57% puntuaron dentro de los niveles 1 y 2 correspondientes a los niveles más bajos. Los resultados por modalidad muestran que los estudiantes de la modalidad online puntuaron más bajo que sus contrapartes de la modalidad presencial (ICFES, 2019).

Estos patrones de bajo desempeño en el área de matemáticas y de crecimiento acelerado de la modalidad virtual en Colombia son consistentes a nivel latinoamericano y a nivel global. Por ejemplo, en los Estados Unidos un análisis de las matrículas en cursos en el área de matemáticas durante el 2012 reportó un crecimiento aproximado del 300% para cursos online de Cálculo y estadística elemental (Blair et al., 2012). Sin embargo, estudios realizados por Rice y Vilardi (2014) demuestran que, aunque la demanda de cursos online en matemáticas haya aumentado, los estudiantes de esta modalidad alcanzan niveles más bajos de competencia matemática en comparación con estudiantes de la modalidad presencial. Esto se suma a los resultados de Ferguson y Smith (2005), Jaggars y Xu (2011), Mensch (2010) y Plath (2006), quienes encontraron que los estudiantes de cursos de matemáticas online tienen una mayor tasa de deserción comparada con estudiantes presenciales. Lo anterior sugiere que, aunque existe un patrón de crecimiento global de la modalidad online, es problemático que en el área de matemáticas exista una mayor deserción y muy bajos niveles de desempeño académico.

Varios factores influyen en el rendimiento de los estudiantes, sin embargo, investigadores en educación matemática han identificado que el conocimiento del profesor y particularmente el conocimiento de la tarea contribuye significativamente a mejorar los resultados de aprendizaje de los estudiantes (Bakker y Gravemeijer, 2006; Bakker y Hoffmann, 2005; Chernoff, Liljedahl y Zazkis, 2007; Drijvers, 2013; Kieran, 2019; Margolinas, 2014). Similarmente, estudios sobre ambientes de aprendizaje de las matemáticas online indican que, en esta modalidad, además del conocimiento de la tarea, el conocimiento de las formas de comunicación e interacciones se encuentran estrechamente relacionadas con el rendimiento y la deserción estudiantil (Alcock y Jones, 2013; Chinnappan, Peschke y Trenholm, 2019, p.3; Kendal y Stacey, 2001; Ratnayake y Thomas, 2018).

A pesar de la importancia de tales sub-áreas de conocimiento en la enseñanza online, hallazgos de investigación indican que gran parte de los profesores de esta modalidad cuentan con escasa formación y entrenamiento en estas. Por ejemplo, Borba y Llinares (2012), Orey y Rosa (2018) y Thomas (2017) estudiaron cursos de matemáticas en modalidad online y hallaron que, los profesores planteaban tareas de aprendizaje mediadas por tecnología, sin embargo, estas se centraban en la presentación de contenidos y no en el desarrollo o comprensión de conceptos matemáticos.

La revisión de la literatura indica que hasta el momento se han realizado pocos estudios en torno a la formación que reciben los docentes en áreas de conocimiento tales como el diseño de tareas de aprendizaje. Aún menos investigaciones se han realizado sobre las comprensiones y habilidades requeridas para diseñar tareas para la modalidad online. En este contexto existe la necesidad de examinar la formación que reciben los futuros profesores y diseñadores instruccionales en esta área de conocimiento. Los hallazgos nos permitirán comprender qué tipo de conocimientos se promueven y establecer las implicaciones de esta distribución en la enseñanza de las matemáticas en la modalidad virtual.

Basados en la problemática planteada y los resultados de la revisión de las contribuciones realizadas sobre el conocimiento del profesor que es necesario para enseñar efectivamente matemáticas en la modalidad virtual, formulamos las siguientes preguntas de investigación: ¿Cuál es el alcance de los programas de formación en el

desarrollo de estos conocimientos? ¿Qué caracteriza la formación que reciben los futuros docentes en torno al conocimiento de la tarea?

Justificación

El crecimiento de programas virtuales en Colombia en los últimos diez años ha sido acelerado, actualmente casi el 20,3 % de la población estudiantil universitaria cursan sus estudios online. En el 2018 el total de la población estudiantil fue de 2'408.041 de los cuales el 33 % correspondía a las modalidades virtual tradicional y distancia. En la Corporación Universitaria Iberoamericana (CUI) el crecimiento de la población registrada en programas online en los últimos 6 años ha sido más que significativo, registrando matriculas de 338 estudiantes en el 2012 en comparación con 10.029 en el 2019. Actualmente el 63 % de la población estudiantil de la institución cursa programas online, población típicamente caracterizada por ingresar con un desempeño en matemáticas y lenguaje muy bajo reflejado en sus puntajes de ICFES. Estos estudiantes provienen, además, de diversas zonas del país, tales como Cauca (6 %), Meta (6 %), Nariño (6 %), Choco (5 %), Valle del cauca (4 %), Santander (4 %), Caquetá 3 %, Putumayo 3 % y pequeños pueblos de Cundinamarca 15 %. Una considerable porción de ellos trabaja tiempo completo y pertenecen a los estratos 1 y 2 (50 %).

Estos patrones de crecimiento y desempeño académico en la modalidad online son una tendencia global. Por ejemplo, en los Estados Unidos un análisis de las matrículas en cursos en el área de matemáticas durante el 2012 reportó un crecimiento aproximado del 300% para cursos online de Cálculo y Estadística elemental (Blair et al., 2012). Sin embargo, estudios realizados por Vilardi y Rice (2014) demuestran que, aunque la demanda de cursos online en matemáticas haya aumentado, los estudiantes de esta modalidad alcanzan niveles más bajos de competencia matemática en comparación con estudiantes de la modalidad presencial. Esto se suma a los resultados de Smith y Ferguson (2005), Xu y Jaggars (2011), Mensch (2010) y Plath (2006), que encontraron que estudiantes de cursos de matemáticas online tienen una mayor tasa de deserción comparada con estudiantes presenciales. Lo anterior sugiere que, aunque existe un patrón de crecimiento global de la modalidad online, se ha identificado que en el área de matemáticas hay mayor deserción y bajos niveles de desempeño, socavando los

beneficios de mayor acceso con los perjuicios de tasas de éxito y niveles de pensamiento más bajos.

Investigaciones en educación matemática han contribuido a comprender y explicar esta problemática. Una extensa revisión de estudios de investigación y literatura acerca del tema han identificado que tanto el diseño de los cursos y las tareas de aprendizaje como el rol del docente explican en gran parte el bajo rendimiento y la alta deserción en cursos online de matemáticas. Una exploración más profunda de estos dos factores muestra que, aunque el diseño de las tareas de aprendizaje para cursos online de matemáticas es relevante, este se ha enfocado mayormente en el desarrollo del contenido disciplinar y habilidades procedimentales dando menos importancia al desarrollo de la comprensión matemática y la resolución de problemas (Borba y Llinares, 2012; Orey y Rosa, 2018; Sven Trenholm, Julie Peschke y Mohan Chinnappan (2019 p.3). Adicionalmente, recientes estudios realizados por Meletiou-Mavrotheris (2011), Borba (2012) Orey y Rosa (2018) encontraron que los cursos de matemáticas en modalidad online promueven a niveles muy bajos interacciones productivas entre el estudiante, la tarea de aprendizaje y el profesor. Como resultado, los últimos cinco años investigadores se han centrado en analizar las características de las interacciones entre los participantes y el profesor y la forma en que estas promueven aprendizaje en ambientes de aprendizaje online (Payne, 2004). Sin embargo, muy pocas investigaciones han explorado las interacciones de los estudiantes con las tareas o secuencias de aprendizaje. Aún menos investigaciones han abordado la pregunta sobre cómo y qué componentes de las tareas o secuencias de aprendizaje pueden fomentar un aprendizaje más activo y centrado en el estudiante, que fomente la comprensión en matemáticas.

Al respecto Borba (2012), Rosa y Lerman (2011), Fernandez (2014) han establecido la necesidad de investigar cuales son las características de las tareas y diseños instruccionales que tienen el potencial de favorecer el aprendizaje de las matemáticas en cursos totalmente online y el impacto respecto a los resultados de aprendizaje de los estudiantes. En una extensa revisión de estudios seminales de la última década, Bernard, Borokhovski y Tamim, (2014) establecieron la urgente necesidad de analizar diseños instruccionales a nivel universitario para la modalidad online, ya que de todos los estudios revisados solo un 2.3 % examinaron el diseño instruccional y de tareas de aprendizaje;

sin embargo, tales estudios no eran de tipo descriptivo y se basaban en el análisis de medidas de rendimiento académico tales como notas del curso y exámenes, lo cual dificulta la interpretación del tipo de conocimiento desarrollado por los estudiantes (Micari, Light, Calkins y Streitwieser, 2007; Parker y Gemino, 2001). La revisión también muestra que más de la mitad de las investigaciones se centraron en analizar cursos de estadística y muy pocos estudios analizaron cursos de precálculo, cálculo o fundamentos de matemáticas.

Finalmente cabe resaltar que los estudiantes de la CUI se caracterizan por la alta diversidad de la población, tanto en sus conocimientos previos en matemáticas como en sus experiencias previas de aprendizaje (entre otros: estudiantes que dejaron de estudiar por varios años y no cuentan con los fundamentos matemáticos, recibieron variada formación en matemáticas dado su ubicación geográfica). Esto implica un desafío mayor al momento de realizar el diseño curricular y de secuencias de aprendizaje para los cursos de matemáticas online, buscando atender las diversas necesidades académicas de los estudiantes. Esto se debe a que la mayoría de los cursos de matemática de la modalidad virtual presentan un contenido fijo, con secuencias y tareas de aprendizaje previamente establecidas durante el diseño, con la problemática adicional de que las secuencias muy frecuentemente han sido diseñadas sin tener información de los niveles iniciales de desempeño en matemáticas de los estudiantes. Lo anterior no solo dificulta completar un programa de formación, también —en caso de no ser adecuadamente considerado— puede ser obstáculo para construir conocimientos matemáticos que sean base para la formación de conceptos avanzados en cursos más complejos y aplicados.

El acelerado crecimiento de la modalidad virtual (tradicional y distancia), la diversidad en las necesidades de la población que esta modalidad atiende, la carencia de diseños efectivos de cursos de matemáticas ajustados al perfil de los estudiantes, la falta de investigación acerca de los factores del diseño de tareas de aprendizaje que favorecen el aprendizaje de las matemáticas en esta modalidad y la carencia de lineamientos conceptuales y de diseño de la modalidad de educación a distancia son algunas de las problemáticas que enfrentan los programas de formación virtual en matemáticas en todo el país (Salazar y Melo, 2013). Este estudio responde a estas problemáticas realizando una exploración profunda de los diseños de tareas y secuencias de aprendizaje

identificando los componentes o factores que tienen el potencial de contribuir significativamente al aprendizaje de las matemáticas en la modalidad online. Este aporte puede contribuir con la formular un modelo de diseño de secuencias de aprendizaje para la enseñanza de las matemáticas en la modalidad online.

Objetivo General y Objetivos Específicos:

Objetivo General:

1. Caracterizar el estado actual de la formación en Colombia que reciben profesionales para enseñar matemáticas en la modalidad virtual.
 - a. Examinar el alcance en el que se desarrollan los conocimientos del profesor necesarios para enseñar efectivamente matemáticas.
 - b. Caracterizar la formación que reciben los futuros profesores en el conocimiento tecnológico.
2. Examinar el desarrollo del conocimiento de la tarea de aprendizaje.
 - a. Caracterizar la formación que reciben los estudiantes en cuanto al conocimiento de la tarea y su implementación en la modalidad online.

Capítulo 1: Fundamentación conceptual y teórica

Este proyecto de investigación examinó el alcance en que los programas de formación docente promueven los conocimientos necesarios para enseñar productivamente matemáticas en la modalidad virtual. Particularmente nos concentramos en analizar la formación que reciben los docentes en el conocimiento de la tarea y aún más específicamente en el diseño e implementación de tareas de aprendizaje de las matemáticas para la modalidad online.

Para tal fin creamos un marco metodológico y teórico que integra contribuciones de tres áreas de investigación: i) investigaciones sobre el conocimiento para enseñar matemáticas e incorporar efectivamente TICs (Bakker y Gravemeijer, 2006; Drijvers, 2013; Hoyles y Lagrange, 2010, Koehler y Mishra, 2004). Abordamos estudios en la sub-área de conocimiento relacionada con el diseño y uso de tareas de aprendizaje (Margolinas, 2014; Ohtani y Watson, 2015), ii) investigaciones sobre el conocimiento de los profesores de matemáticas que enseñan en la modalidad virtual-online e iii) investigaciones sobre aprendizaje multimedia. A continuación, desarrollaremos cada una de las tres áreas y posteriormente en la metodología expondremos como usamos tales contribuciones en la codificación y análisis de cada uno de los programas de formación.

¿Qué conocimientos debe desarrollar el profesor para enseñar efectivamente matemáticas e incorporar TIC?

Estudios iniciales sobre el conocimiento del profesor identificaron el *conocimiento didáctico del contenido* como un componente crucial que le permite al profesor comprender como un contenido particular puede ser desarrollado, organizado y representado atendiendo a los conocimientos previos y habilidades de los estudiantes (Shulman, 1986). Este aporte resalta la importancia de que el profesor integre sus comprensiones de la disciplina a enseñar y su pedagogía. En el contexto de la enseñanza de las matemáticas este tipo de conocimiento se entiende como el *conocimiento pedagógico de las matemáticas* (Shulman, 1987; Ball, Phelps y Thames, 2008). Este implica una comprensión profunda sobre como los estudiantes desarrollan conceptos o

ideas matemáticas, junto con las consideraciones sobre su pedagogía, es decir sobre las formas adecuadas de estructurar el contenido a enseñar.

La caracterización del conocimiento didáctico de contenido se usó como base para realizar estudios sobre el conocimiento del profesor cuando se integraba un componente tecnológico en el proceso de enseñanza. El análisis de las interacciones entre el conocimiento pedagógico, tecnológico y del contenido disciplinar, permitieron la formulación de sub-áreas de conocimiento requeridas para efectivamente incorporar tecnología presentadas en modelos tales como el TPACK (Koehler y Mishra, 2007)). Investigadores en educación matemática han contribuido especificando los tipos de conocimiento del profesor y las habilidades que un profesor debe desarrollar para efectivamente promover aprendizaje de las matemáticas usando tecnología.

A continuación, presentamos tales tipos de conocimiento de la siguiente forma, primero desarrollaremos las tres áreas de conocimiento general (*Pedagógico, tecnológico y contenido*) formuladas en el modelo TPACK. Luego utilizaremos contribuciones realizadas por educadores matemáticos en la caracterización de los conocimientos específicos para enseñar matemáticas (*Conocimiento de la pedagogía de las matemáticas MKT, tecnología para la enseñanza de las matemáticas, conocimiento de la tarea de aprendizaje*). Posteriormente caracterizaremos los tipos de conocimiento resultante de las interacciones entre las áreas específicas de conocimiento para la enseñanza de las matemáticas (*Conocimiento Pedagógico-Tecnológico, Conocimiento pedagógico de la tarea, conocimiento tecno-pedagógico de la tarea, Conocimiento tecnológico, Pedagógico de las tareas de aprendizaje de las matemáticas*). Finalmente, abordamos la noción de *conocimiento del estudiante*, el cual surgió en el análisis de datos como un área relevante para los programas de formación.

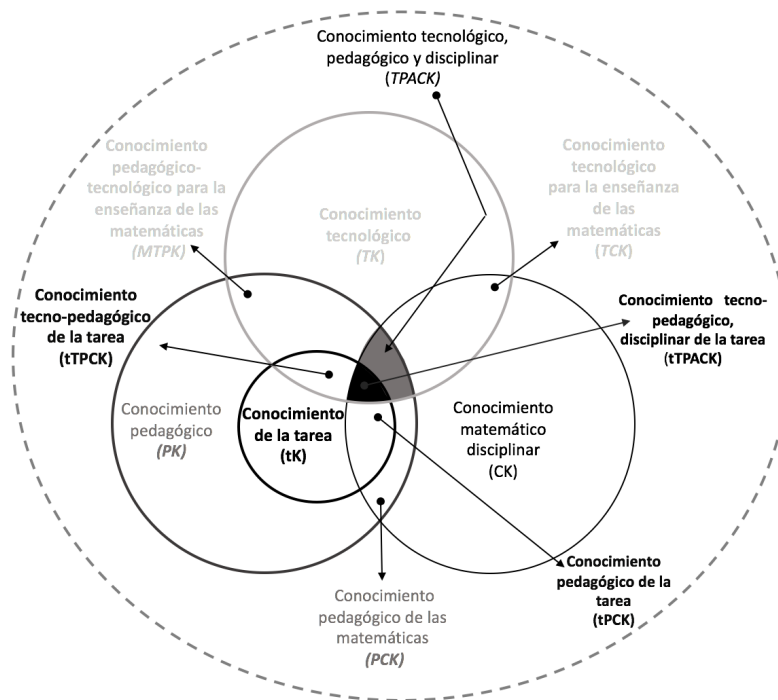


Figura 1: Modelo TPACK adaptado para analizar el conocimiento del profesor de matemáticas. Fuente: elaboración propia basada en Koehler y Mishra (2007).

Áreas generales de conocimiento base del profesor:

Estas áreas comprenden el conocimiento de la pedagogía, la tecnología y de los conceptos disciplinares propios de las matemáticas. Estas áreas responden a las preguntas de ¿Qué es la enseñanza y el aprendizaje? ¿Cómo aprenden los estudiantes? ¿Cuál es el rol de la tecnología en estos procesos? ¿Qué conocimientos y habilidades son propias de un experto en la disciplina de las matemáticas?

1. *Conocimiento pedagógico (PK)*: Conocimiento de las teorías de enseñanza, prácticas, procedimientos y estrategias de enseñanza en general. El PK le permite a los profesores establecer las estrategias pedagógicas y el enfoque pedagógico que tiene el potencial de fomentar el aprendizaje de una disciplina dadas sus particularidades (Koehler y Mishra, 2007).
2. *Conocimiento tecnológico (TK)*: Refiere al conocimiento de cómo la tecnología puede crear nuevas representaciones de un contenido disciplinar específico. Lo cual sugiere que los profesores comprenden como el usar tecnología cambia la forma en que los estudiantes acceden, aprenden y comprenden conceptos

disciplinarios. Este conocimiento de las tecnologías va desde tecnologías de bajo rango tales como papel y lápiz hasta el conocimiento de tecnologías digitales y tecnologías móviles. Esta categoría también incluye las habilidades técnicas para configurar y usar adecuadamente recursos digitales y herramientas tecnológicas (Koehler y Mishra, 2007).

3. *Conocimiento de las matemáticas disciplinares (MK)*: refiere al conocimiento que tienen los profesionales de las matemáticas y de los conceptos matemáticos propios de la disciplina. Esto incluye el conocimiento del lenguaje matemático, las ramas de la matemática (i.e. geometría, álgebra, probabilidad, estadísticas) y el desarrollo de razonamiento matemático avanzado (Makar y Olive, 2010).

Conocimiento del profesor para la enseñanza de las matemáticas haciendo uso de tecnología:

Estas áreas de conocimiento consideran la naturaleza de los conceptos matemáticos y por ende las particularidades de su enseñanza. Responden a las preguntas ¿Cómo enseñar matemáticas teniendo en cuenta las etapas de desarrollo de conceptos y habilidades matemáticas? ¿Qué herramientas tecnológicas se pueden utilizar para mediar el proceso de enseñanza y aprendizaje? ¿Cómo plantear tareas que efectivamente promuevan el aprendizaje de las matemáticas?

4. *Conocimiento pedagógico de las matemáticas (PCK)*: refiere al conocimiento sobre cómo los estudiantes aprenden o desarrollan conceptos e ideas matemáticas, junto con la comprensión de las formas, métodos y estrategias que se pueden utilizar para fomentar tal aprendizaje. Según Shulman (1987) y Ball, Phelps y Thames (2008) el PCK involucra la comprensión de tres aspectos; lo que hace difícil o fácil de aprender un concepto, el pensamiento del estudiante y el conocimiento de las formas adecuadas de estructurar el contenido.
5. *Conocimiento Tecnológico para la enseñanza de las matemáticas (TCK)*. Abarca las habilidades técnicas del profesor, necesarias para manipular, configurar y usar tecnología. La cual puede ser de bajo rango tales como papel y lápiz, tecnología digital (i.e. sistemas algebraicos computarizados (CAS), ambientes de geometría

dinámica (DGEs)) o tecnología móvil (dispositivos móviles como celulares, sensores), web applets, simulaciones (Chang, Liu y Sung, 2016); (Thomas, 2017).

6. *Conocimiento de la tarea (tK)*: Según Ohtani y Watson (2015) una tarea consiste en aquello que se indica a los estudiantes hacer (contestar a una pregunta, resolver un problema o construir un segmento). En este rango de acciones por hacer, se encuentran la construcción de objetos, la realización repetitiva de ejercicios, la ejemplificación de definiciones, la resolución de problemas, desarrollar un experimento, entre otras posibilidades (Watson, 2015). Es importante anotar que la ejecución activa de tales acciones genera insumos que tienen el potencial de contribuir al desarrollo de conceptos matemáticos. Lo anterior contribuye a la distinción entre actividad y tarea de aprendizaje. En el contexto de nuestro estudio usamos los planteamientos de Ohtani, et. al. (2013) quienes definen *actividad* como las intencionalidades o motivos matemáticos que emergen de la interacción entre el estudiante, el profesor, los recursos, el ambiente y todo lo demás relacionado con la tarea. Es así como la tarea es algo que hacen los estudiantes mientras que la actividad refiere a los resultados de estar inmerso activamente en la tarea.

El planteamiento de la tarea involucra cuatro pasos:

- Establecer el conocimiento previo de los estudiantes.
- Formular un objetivo de aprendizaje.
- Establecer la actividad matemática en la que se va a involucrar a los estudiantes.
- Seleccionar los recursos para su implementación.

Complementariamente, Chernoff, Liljedahl y Zazkis (2007, p. 2) puntualizan que al formular la tarea el profesor debe tener en cuenta en los conocimientos previos de sus estudiantes para garantizar que pueden efectivamente desarrollar la actividad matemática propuesta.

Interacciones entre las áreas de conocimiento específicas.

Dada la naturaleza multidimensional de la enseñanza de las matemáticas, el docente usualmente realiza interacciones entre las áreas base de conocimiento para poder

responder a cuestionamientos propios de su labor docente, entre ellos tenemos: ¿Cómo diseñar tareas de aprendizaje que usen productivamente tecnología? y ¿Cómo el uso de tecnología afecta las formas en las que los estudiantes aprenden matemáticas? A continuación, desarrollamos los diferentes tipos de conocimiento que surgen de las interacciones entre las áreas base.

7. *Conocimiento Pedagógico-Tecnológico de las matemáticas (MPTK)*: consiste en el conocimiento de cómo enseñar matemáticas a través del uso efectivo de tecnología. Aquí el conocimiento pedagógico es central mientras que la tecnología se ve como un medio (Pierce, Stacey y Wander, 2010; Ratnayake y Thomas, 2018)
8. *Conocimiento Tecnológico-Pedagógico de las matemáticas (TPACK)*: refiere al conocimiento de cómo utilizar la tecnología para posibilitar a los estudiantes desarrollar y comprender ideas o conceptos matemáticos (Artigue, 2007). En este caso el conocimiento tecnológico es el protagónico, por lo cual el docente se centra en comprender como el uso de la tecnología cambia la forma en que los estudiantes acceden y aprenden las matemáticas y como los conceptos son representados por la herramienta tecnológica (Hoyles y Noss 2003; 2009).
9. *Conocimiento pedagógico de la tarea (tPK)*: Chernoff, Liljedahl y Zazkis (2007) consideran que no solo es necesario comprender las matemáticas que están inmersas en la tarea (tK), sino que también el profesor debe estar en capacidad de “liberar las matemáticas de esta tarea”. Es decir, los profesores deben tener una comprensión profunda de los conocimientos previos de sus estudiantes y de cómo movilizarlos para fomentar el aprendizaje.
10. *Conocimiento tecno-pedagógico de la tarea (tTPK)*: refiere al conocimiento de cómo embeber una herramienta tecnológica en la tarea de aprendizaje.
11. *Conocimiento tecnológico, pedagógico de las tareas de aprendizaje de las matemáticas (tTPACK)*: este le permite al docente usar su conocimiento de la tarea para estructurar y definir el rol de la herramienta tecnológica, con el fin de garantizar que provea acceso y promueva los aprendizajes matemáticos (ICMI,2013)

Adicionalmente a las once áreas presentadas encontramos en el análisis de datos que en la mayoría de los programas de formación era importante fomentar el *conocimiento del estudiante*.

12. *Conocimiento del estudiante*: el cual refiere al conocimiento de las características de los estudiantes, los aspectos de su desarrollo y motivacionales que pueden influir en la manera que aprenden (Shulman 1987, p. 114).

Esto nos permitió establecer que dependiendo del contexto cultural y social se puede requerir otros tipos de conocimiento adicionales que, aunque no son mencionados en nuestro marco pueden tener un rol crucial en el proceso de enseñanza.

Conocimiento del profesor para enseñar matemáticas en la modalidad online.

En el contexto colombiano la educación virtual u online, refiere al desarrollo de experiencias educativas que tienen como escenario de enseñanza y aprendizaje el ciberespacio y se apoyan en la tecnología (MEN, 2013). La forma en que se desarrollan tales experiencias requiere de conocimientos especializados que le permitan al profesor tomar decisiones y abordar los siguientes interrogantes; ¿Cómo generar interacciones efectivas entre el profesor-estudiantes-tecnología-contenido disciplinar?, ¿Cómo y qué tipo de interacciones (sincrónicas y asincrónicas) promover?, ¿Cuáles formas de comunicación y modalidades sensoriales utilizar? y ¿Cómo estructurar las tareas de aprendizaje?

Resultados de investigación sobre la enseñanza online y aportes teóricos realizados por Borba y Llinares (2012); Chinnappan, Peschke y Trenholm (2019); Jaggars y Xu (2011); Comas-Quinn (2011) han identificado dos áreas de conocimiento que significativamente promueven el aprendizaje de las matemáticas en la modalidad online. La primera refiere al *conocimiento de los procesos de comunicación e interacción* (estudiante-tecnología-contenido-profesor-tarea) y la segunda refiere al *conocimiento sobre las formas en que los participantes aprenden de recursos multimedia*.

13. *Conocimiento de los procesos de comunicación e interacción en la modalidad online (cIK)*. En los ambientes virtuales de aprendizaje existen cinco componentes principales: el estudiante, el profesor, la tecnología, la tarea de aprendizaje y el

contenido disciplinar. Las interacciones entre estos componentes son mediadas por el uso de herramientas tecnológicas a través de diferentes recursos (tales como, mensajes de correo, espacios colaborativos, video conferencias, applets, simulaciones) y pueden darse de manera sincrónica o asincrónica.

En este contexto el *c/K* refiere a la comprensión de la naturaleza de la forma en que se dan las interacciones de los componentes del ambiente virtual cuando se aprende efectivamente, la comprensión de sobre cómo tales interacciones modifican o condicionan la forma en que se aprende el contenido y la comprensión sobre cómo estas deberían estructurarse para potenciar el aprendizaje. Específicamente en cursos online de matemáticas para pregrado se ha identificado el siguiente tipo de interacciones como efectivas para la construcción del conocimiento matemático:

- Las interacciones de los estudiantes con las tareas de aprendizaje mediadas por TIC deben ser discutidas con otros a través del uso de interfaces colaborativas de comunicación –sincrónica o asincrónica- para poder fomentar el discurso matemático.
- Las interacciones con el profesor deben facilitar la co-creación de contenidos y artefactos con los estudiantes, en vez de limitarse a la presentación o transmisión de información.
- Interacciones que fomenten la creación junto con los estudiantes el conocimiento base necesario para que ellos puedan interactuar de manera productiva tanto con las herramientas tecnológicas como con el contenido disciplinar.

Finalmente, estos investigadores resaltan la importancia de que los profesores cuenten con el conocimiento que les permita comprender la naturaleza de las interacciones entre los componentes del ambiente y la forma en que el uso de herramientas tecnológicas cambia la forma en que: a) los estudiantes interactúan con otros b) interactúan con una herramienta tecnológica específica c) interactúan entre ellos discutiendo sobre sus interacciones con la herramienta d) interactúan con el conocimiento (Borba et ál., 2016; Makar y Olive, 2010; Lerman y Rosa, 2011).

14. Conocimiento de cómo las personas aprenden a través de recursos multimedia.

En la virtualidad el medio principal para promover el aprendizaje son los recursos multimedia. Los cuales se pueden presentar en palabras (tales como texto digital o hablado) o con imágenes tales como fotos, videos, gráficos, ilustraciones u animaciones (Mayer, 2009). Por lo tanto, el conocimiento sobre aprendizaje multimedia refiere a la habilidad del profesor para establecer en qué condiciones los estudiantes aprenden mejor de sus interacciones con recursos multimedia y cómo se da tal aprendizaje. Lo anterior requiere que el profesor distinga las potencialidades y limitaciones de utilizar ciertos recursos multimedia y sus modalidades de presentación (auditiva y visual). Por ejemplo, al usar recursos multimedia para enseñar matemáticas, los estudiantes se benefician más de materiales que usen representaciones gráficas presentadas con narración para explicar un concepto, en comparación con materiales que solo usan texto para explicar un gráfico que presenta un concepto.

Un aspecto relevante a analizar de las interacciones de los estudiantes con los recursos multimedia es la identificación de las cargas cognitivas resultantes de procesar los diferentes recursos. Ya que estas afectan la capacidad del estudiante para razonar matemáticamente. Por ejemplo, al observar un video explicativo de un concepto matemático los estudiantes deben procesar por lo menos tres cargas cognitivas, una que corresponde a la decodificación del lenguaje verbal, otra que corresponde a la decodificación del lenguaje matemático que se utiliza y el significado de símbolos o gráficos y una tercera carga que corresponde a la actividad matemática y al razonamiento matemático. En este caso, si los estudiantes usan la mayoría de su carga cognitiva para decodificar el lenguaje verbal y matemático, quedará muy poco espacio para que los estudiantes razonen matemáticamente.

Finalmente, aclaramos que nuestra distinción sobre los tipos de conocimiento es resultado de la revisión de la literatura y sirve como guía para identificar las áreas consideradas como esenciales para la formación del profesor de matemáticas. Ya que en el ejercicio docente tal separación no existe ya que estos tipos de conocimiento se activan simultáneamente con el fin de planear e implementar la enseñanza y responder a

interrogantes propios del ejercicio docente. Sin embargo, la identificación de los tipos de conocimiento del profesor es importante para la estructuración y desarrollo programas de formación docente que pretenden desarrollar aprendizajes en torno a estos.

Capítulo 2: Aplicación y Desarrollo

2.1. Metodología de Investigación:

Para examinar los programas de formación de profesores de matemáticas creamos un modelo que caracteriza los tipos de conocimiento que cada programa promueve y la profundidad a la que los desarrolla. Este modelo se fundamenta en las contribuciones investigativas sobre el conocimiento del profesor de matemáticas y utiliza la metodología de evaluación de programas de formación docente propuesta por el Consejo Nacional de Calidad de la enseñanza (NCQT, 2017). Tal metodología requiere un proceso exhaustivo de codificación, revisión documental y triangulación de fuentes para analizar las experiencias de aprendizaje ofrecidas por cada programa. Sin embargo, el modelo usado por el NCQT evalúa de forma genérica los programas, es decir, no consideran las particularidades de la formación de docentes en el área de matemáticas. Por lo anterior, en este estudio adaptamos los planteamientos del NCQT formulando los tipos de conocimiento del profesor de matemáticas.

Modelo de caracterización de programas de formación docente en matemáticas

El modelo está tiene tres componentes que son: las categorías que refieren a los conocimientos, habilidades y prácticas pedagógicas que deberían desarrollar los docentes en el transcurso del programa, los estándares que definen puntualmente cada tipo de conocimiento y los indicadores que caracterizan acciones puntuales que son tomadas como evidencia de que el profesor ha desarrollado una habilidad o comprensión específica.

La formulación de los estándares e indicadores se realizó en dos fases. En la primera definimos los estándares basados en los tipos de conocimiento del profesor de matemáticas. Posteriormente planteamos los indicadores para cada estándar, estos

especifican las competencias, comprensiones o habilidades que sirven como evidencia de que un profesor maneja cierta área de conocimiento. En la segunda fase, validamos los estándares e indicadores. Para lo cual evaluamos uno de los programas de formación y posteriormente realizamos un panel con expertos para validar y ajustar la lista final de estándares e indicadores. Resultado del panel de expertos, se validaron los estándares planteados y además plantearon ciertas categorías emergentes que corresponden a conocimientos que los programas promovían, pero no estaban considerados en el planteamiento del modelo inicial.

La lista final de estándares e indicadores está organizada de la siguiente forma.

- Los primeros 3 estándares corresponden a las áreas generales de conocimiento base del profesor; pedagógico, tecnológico y de la disciplina de las matemáticas.
- Los estándares 4 al 11 corresponden a las áreas de conocimiento propias del profesor de matemáticas.
- El estándar 12 corresponde al conocimiento del estudiante.
- Los estándares 13 y 14 corresponden a áreas específicas de conocimiento propias del docente de matemáticas que enseña en la modalidad online.

Caracterización y calificación de los programas de formación de profesores

La selección de los programas de formación inició con la identificación de las universidades que contaban con acreditación de calidad ¹de programas de formación en las áreas de educación matemática, matemática y tecnología. En total seleccionamos 23 universidades que ofrecían en total 56 programas en las áreas de interés, de los cuales seleccionamos 22 que contaban con acreditación de alta calidad. La muestra seleccionada de programas se distribuye de la siguiente forma: 2 programas de Licenciatura en Matemáticas con Énfasis en Matemáticas, 15 programas de Licenciatura en Matemáticas, 2 programas de Licenciatura en Matemáticas y Física y 3 programas de Matemáticas. En total analizamos 1048 cursos en total, de los cuales 887 eran

¹ Otorgada por el Consejo Nacional de Acreditación quien evalúa los programas e instituciones de educación superior en Colombia

obligatorios y 121 eran cursos electivos. Posteriormente realizamos el procesamiento y análisis de las fuentes documentales (ver figura 2).

Recolección, procesamiento y análisis de datos: Iniciamos con una búsqueda en las páginas web de las universidades o la solicitud directa de documentos tales como planes de estudio, syllabus y otros materiales tanto a la universidad como al Ministerio de Educación Nacional. Adicionalmente, contactamos y entrevistamos a profesores, egresados y estudiantes activos de los programas que pudieran compartir información sobre los cursos y la experiencia de formación en el programa. Procesamos la información de cada programa creando una base de datos que constaba de los documentos del programa y las transcripciones de las entrevistas a los participantes. Finalmente validamos cada base de datos realizando una validación exhaustiva de los documentos examinando que los documentos fueran completos, claros y brindaban información sobre las categorías planteadas por el modelo. Por ejemplo, los documentos debían proveer una descripción clara de los objetivos de aprendizaje, la metodología, la tareas o experiencias de aprendizaje utilizadas y los productos o resultados de aprendizaje. El grupo de investigadores requirió entre 2 y 3 días para procesar y validar cada programa de formación antes de iniciar con la fase de análisis

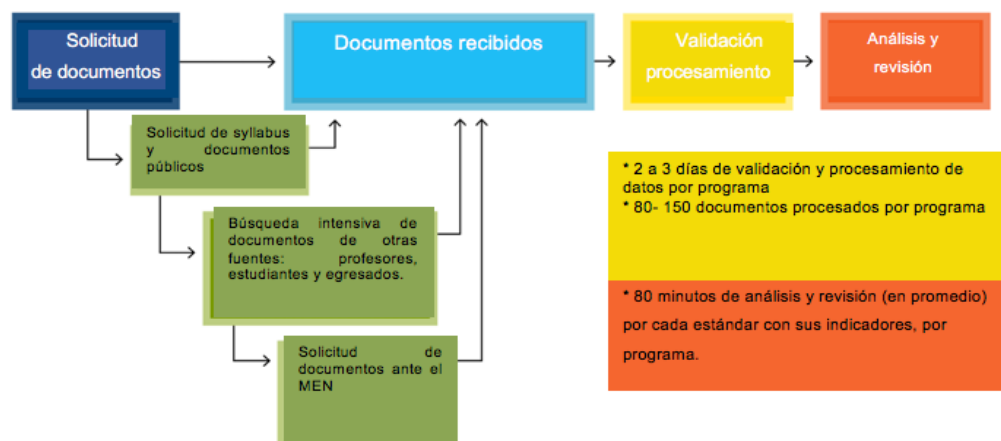


Figura 2: Recolección y procesamiento de información

la codificación de los datos se realizó utilizando los estándares e indicadores planteados. Como se ilustra en la figura 3, cada uno de los documentos fue revisado

extensamente por dos o tres investigadores, quienes usaron el software Atlas TI para realizar un análisis de contenido (Holsti, 1968). Por otro lado, se creó una base de datos en la que se asignó a cada curso del programa un código correspondiente a los estándares y los indicadores. Posteriormente, los investigadores se reunieron para discutir la codificación. Allí se utilizaron las transcripciones de las entrevistas a profesores, egresados y estudiantes activos para validar y complementar el análisis documental. En los casos en los que hubo desacuerdos entre los investigadores sobre la asignación de los códigos se procedió a revisar detalladamente los documentos y las entrevistas a participantes para llegar a un consenso. Resultado de este proceso llevo a tomar la decisión de crear una serie categorías emergentes para categorizar otras áreas de conocimiento o ámbitos de formación promovidos por los programas.

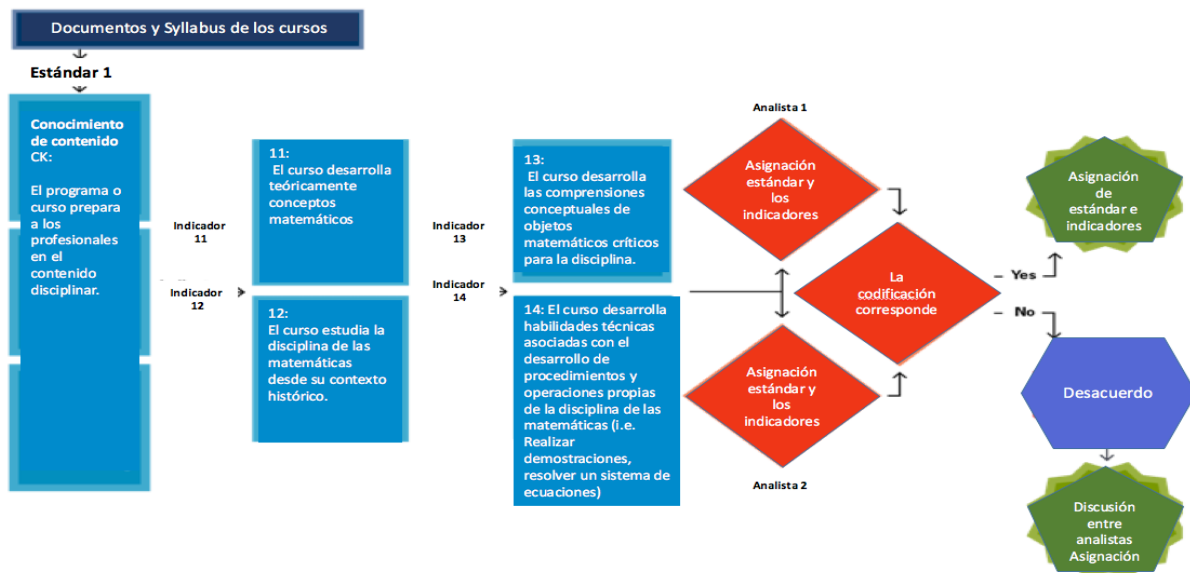


Figura 3: Codificación y análisis de datos

Análisis de datos: para examinar los programas de formación realizamos un análisis de contenido. El cual permite realizar inferencias a partir de la revisión sistemática y objetiva de datos textuales (Holsti, 1968, p. 608). Específicamente realizamos un análisis directo de contenido, el cual consiste en plantear códigos o categorías basados en resultados previos de investigación (Hsied & Shannon, 2005). Este se desarrolla en cuatro pasos. Primero los datos son recolectados, procesados y convertidos en transcripciones o texto. Luego los códigos son

analíticamente formulados, es decir, se formulan basados resultados investigación o se identifican inductivamente en los datos. Posteriormente estos códigos se identifican en los datos, en los casos en los que surgen temas emergentes se crean nuevas categorías. Finalmente, los datos y materiales que se encuentran en una misma categoría son examinados a profundidad con el fin de identificar patrones y relaciones, los cuales permiten la formulación de conjeturas e hipótesis que son considerados a la luz de hallazgos previos de investigación y de datos adicionales. Adicionalmente los resultados de la codificación se pueden analizar cuantitativamente. Para ello utilizamos estadísticas descriptivas para determinar el énfasis de formación por tipo de conocimiento

Capítulo 3 - Resultados

Una mirada general de los hallazgos de este estudio, indican que casi la mitad de los cursos y experiencias de aprendizaje de cada programa, promueven una extensa y profunda formación en el conocimiento disciplinar de las matemáticas (ver tabla 1). Y por lo menos un quinto del contenido se enfoca en el desarrollo del conocimiento pedagógico, enfocado en el estudio de estrategias para la enseñanza de las matemáticas, la más común fue la de resolución de problemas y en muy escasas oportunidades se trabajó la incorporación de tecnología.

El análisis de contenido indica que este énfasis se fundamenta en la premisa que desarrollar ambos tipos de conocimiento provee las herramientas para abordar competencias de otras áreas de conocimiento, tales como diseñar tareas o incorporar tecnología.

Respecto al conocimiento de la tarea encontramos que menos de un 3% de los cursos del programa promueven el conocimiento de la tarea y sus sub-áreas. El análisis de contenido indica que la mayoría de las experiencias de aprendizaje en esta área se centran en la implementación de situaciones ya diseñadas, que pueden o no hacer uso de tecnología. Adicionalmente identificamos que en muy pocos casos se consideran las implicaciones pedagógicas de usar tecnología y aún menos se trabaja en el diseño de tareas de aprendizaje como un componente clave para promover el aprendizaje de los estudiantes.

Por otro lado, identificamos que existe una gran variabilidad en los énfasis que los diferentes programas hacen en la formación de los diferentes tipos de conocimiento del profesor, esta variabilidad se exagera al analizar la distribución del porcentaje de cursos obligatorios y electivos.

Estos dos hallazgos son la base para examinar los programas, ya que nos brinda una imagen diagnóstica del estado actual de la formación de docentes de matemáticas. La cual es fundamental para examinar a mayor profundidad la relación entre esta formación y los retos de enseñar matemáticas en la modalidad online.

La presentación de estos resultados la realizaremos en tres secciones. La primera corresponde a la caracterización del alcance en que los programas forman a los docentes en las áreas de conocimiento base y conocimiento propio del profesor de matemáticas. La segunda sección aborda las áreas de conocimiento del profesor requeridas para enseñar matemáticas en la modalidad online y finalmente presentaremos los resultados de las categorías emergentes de cursos que promueven formación en otros aspectos.

Formación en áreas generales de conocimiento base del profesor

La tabla 1 ilustra la distribución de las áreas de conocimiento promovidas por los programas de formación de futuros profesores de matemáticas.

Conocimiento de las matemáticas disciplinares

Como se observa, la mayoría centran su formación en el conocimiento matemático y conocimiento pedagógico de las matemáticas. Mientras que se da un énfasis mínimo y en algunos casos nulo al conocimiento tecno-pedagógico, conocimiento tecno-pedagógico de las matemáticas, al conocimiento pedagógico-tecnológico de las matemáticas y al conocimiento de la tarea y sus subcategorías.

El análisis tanto de los documentos como de las entrevistas a los egresados indica que muy pocos programas ofrecen cursos para adquirir el conocimiento necesario para crear y diseñar cursos online que efectivamente promuevan el aprendizaje de las matemáticas. Tales cursos normalmente se ofrecen como cursos electivos de manera que no todos los estudiantes optan por este tipo de formación. Es de anotar que no

obtuvimos datos sobre la regularidad con la que los estudiantes se inscriben a este tipo de cursos.

	<i>PK</i>	<i>TK</i>	<i>CK</i>	<i>PCK</i>	<i>TCK</i>	<i>MPTK</i>	<i>TPACK</i>
Obligatorio	5,60%	1,36%	48,90%	15,67%	1,52%	0,09%	0%
Electivo	5,58%	2,00%	33,81%	5,24%	0,22%	0%	0%

	<i>tK</i>	<i>tPK</i>	<i>tTPK</i>	<i>tTPACK</i>	<i>SK</i>
Obligatorio	0,43%	1,12%	0,82%	0%	1,92%
Electivo	0,22%	0,22%	1,67%	0%	2,22%

Tabla 1: Énfasis del programa de formación por tipo de conocimiento.²
A continuación, realizaremos un análisis más detallado de los resultados de la formación en cada uno de los tipos de conocimiento.

Conocimiento matemático (MK)

Resultado del análisis encontramos que un 48.9% de los cursos obligatorios por programa se centran en el desarrollo del conocimiento de las matemáticas disciplinares, en estos cursos los estudiantes para profesor abordan las principales áreas del conocimiento matemático tales como álgebra, geometría, cálculo y estadística. El análisis de contenido muestra que la metodología de estos cursos se basa principalmente en la exposición de los contenidos, de forma que el profesor presenta la teoría y algún ejemplo o problema de ejercitación. Las entrevistas a los estudiantes y egresados indican que el rol del estudiante en estos cursos consiste en escuchar la exposición del contenido para posteriormente desarrollar ejercicios en los que exploran los conceptos estudiados.

Estudiante 7: “...en los cursos de matemáticas como lo son álgebra lineal o cálculo normalmente el profesor presenta el tema, si me entiende, explica la teoría. En esos casos uno puede preguntar si tiene dudas. Ellos normalmente desarrollan un ejemplo sobre el cual realizan la explicación o también usan ejemplos para ver la aplicación de la teoría que presentaron y luego uno tiene que trabajar en algún problema o algún ejercicio que trata el tema”.

² Estos resultados no incluyen los porcentajes de las categorías de conocimiento emergentes.

Estos resultados nos permiten establecer que la formación de los futuros docentes de matemáticas se concentra en el desarrollo de los conceptos propios de la disciplina, particularmente los estudiantes se enfocan en estudiar subáreas de conocimiento relevantes para la enseñanza de las matemáticas en programas de pregrado, tales como cálculo o análisis matemático. Sin embargo, se da un énfasis mínimo en el desarrollo de conocimientos propios de las matemáticas escolares tales como razonamiento proporcional o funciones.

Una característica especial de la forma como se distribuyen estos cursos en los diferentes programas de formación analizados es la gran variabilidad del porcentaje de cursos obligatorios dedicados a este tipo de conocimiento: el mínimo porcentaje de incidencia encontrado fue 26.83% y el máximo 80.56%. En otras palabras, mientras el conocimiento específico de las matemáticas en algunos programas ocupa más de cuatro quintas partes de los cursos obligatorios, en otros apenas supera la cuarta parte.

Conocimiento pedagógico (PK, PCK, MPTK).

En cuanto al conocimiento pedagógico identificamos que el 5.6% de los cursos obligatorios por programa desarrollan el conocimiento pedagógico (PK) necesario para conducir los procesos de enseñanza. Específicamente, el análisis de contenido de los syllabus de los cursos indica que la mayoría abordan estrategias pedagógicas a nivel general; entre ellas: el desarrollo de trabajos en colaboración, aprendizaje por proyectos o uso de la evaluación como herramienta pedagógica.

También encontramos que alrededor de 15.6% de los cursos de los programas desarrollaban el conocimiento pedagógico de las matemáticas (PCK). Particularmente identificamos que, de este porcentaje de cursos, la gran mayoría aborda la didáctica de tópicos específicos, tales como cursos de didáctica de la geometría o del álgebra, en los que se revisaban aspectos específicos relacionados con el desarrollo de tales conceptos matemáticos junto con estrategias pedagógicas, tales como la resolución de problemas para su enseñanza. Los anteriores resultados sugieren que los futuros profesores reciben una formación pedagógica general y abordan con mayor profundidad los conocimientos referidos a la enseñanza de las matemáticas.

En cuanto a la observación programa a programa, el análisis específico de casos extremos muestra que en varios programas la incidencia de estas categorías entre los cursos obligatorios es del 0% tanto para PK como para PCK, aunque en todos los programas con esta particularidad se dan altas incidencias de cursos de conocimiento matemático (MK) con un mínimo de 65.7%.

Conocimiento tecnológico (TK, TCK, TPACK)

Los resultados muestran que solo el 1.36% de los cursos obligatorios por programa promueven el conocimiento tecnológico (TK). Y solo un 1.52% de los cursos forman a los docentes en las adquirir las habilidades técnicas para manipular tecnología enfocada a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (TCK). Reconocemos que las universidades y programas de formación tienen restricciones en cuanto al acceso y disponibilidad de tecnologías o paquetes de software propios de la enseñanza de las matemáticas, lo cual puede limitar el alcance de su formación en esta área de conocimiento. Sin embargo, al analizar los syllabus de los cursos en esta categoría, identificamos que la mayoría de los programas promueven el conocimiento de tecnologías digitales para la enseñanza del álgebra (Geogebra y algunos sistemas algebraicos computarizados) y enseñanza de la geometría (Cabri Geometre y graficadoras).

Para concluir con el análisis de los datos globales de cursos relacionados con conocimiento tecnológico, no encontramos ningún programa que ofreciera cursos en los que se desarrollara el conocimiento tecnológico pedagógico de las matemáticas (TPACK). Es necesario anotar que el desarrollo de este tipo de conocimiento va más allá de la adquisición de las habilidades técnicas para manejar una herramienta tecnológica, además requiere una amplia comprensión de cómo se puede usar tal herramienta para promover un aprendizaje de un tema particular y de cómo el uso de tal herramienta cambia la forma en que los estudiantes construyen conceptos matemáticos. Y también requiere que el docente plantee una propuesta de enseñanza que integre su conocimiento sobre las matemáticas, su enseñanza y el rol de la tecnología en este proceso.

En la observación de los datos por programa, más de la tercera parte de los programas analizados no presentan cursos relacionados con el conocimiento tecnológico según se entiende en estas categorías, tal como se han definido.

Conocimiento de la tarea (tK)

El área de conocimiento con menos énfasis y desarrollo fue la de conocimiento de la tarea y sus sub-áreas de conocimiento. El análisis de los datos muestra que solo un 0.43% de los cursos obligatorios por programa desarrollan el conocimiento de la tarea, lo cual indica la poca formación que reciben los futuros profesores en un área que es crítica para el fomento del aprendizaje conceptual de las matemáticas. Al analizar las interacciones entre el conocimiento de la tarea y el conocimiento pedagógico o tecnológico encontramos que alrededor del 1% de los cursos obligatorios por programa promueven este tipo de conocimientos (tPK o tTPK).

Aunque la variable de diseño de tareas ha sido identificada como significativa en las ganancias de los aprendizajes de los estudiantes tanto en las modalidades presencial como online, identificamos que la mayoría de los programas de formación docente carecen de oportunidades de desarrollo de los conocimientos necesarios para elaborar tareas que integren tecnología y promuevan el aprendizaje de las matemáticas.

En la observación de los datos programa a programa encontramos, al igual que en el conjunto de categorías sobre tecnología, que más de la tercera parte de los programas no cuenta entre sus cursos obligatorios con cursos que desarrollen el conocimiento de la tarea.

Áreas generales de formación docente

La codificación y análisis de los cursos que brindaban formación general sobre aspectos relacionados con la práctica docente y los procesos de enseñanza y aprendizaje revelan que un 13% de los cursos obligatorios por programa se enfocan en áreas de formación general tales como comunicación, sociología, psicología, lengua extranjera, constitución y política, entre otras. El análisis de contenido de los syllabus y materiales referidos a los cursos indican que, aunque se abordan teorías generales que guardan relación con la enseñanza y aprendizaje, no se establece una relación directa sobre cómo

se podría utilizar este conocimiento en la práctica docente. Tampoco se aborda la relación que estas teorías o conocimientos tienen respecto a la enseñanza de las matemáticas.

Conocimiento del profesor para enseñar matemáticas en la modalidad online.

Los resultados sobre las áreas específicas de conocimiento propias del docente de matemáticas que enseña en la modalidad online muestran que solo un 0.1% de los cursos obligatorios y un 0.44% de los cursos electivos, promediado por programa, promueven el *conocimiento de los procesos de comunicación e interacción (cIK)* en la modalidad online. El análisis de los syllabus de los cursos electivos muestra que estos abordaban de manera general el concepto de entorno de aprendizaje virtual discutiendo sobre los tipos de comunicación y las interacciones propias de esta modalidad.

Respecto al área de *conocimiento sobre cómo las personas aprenden a través de multimedia (mLK)*, los datos no muestran programas que ofrezcan formación en esta área de conocimiento.

Resultados categorías emergentes.

En cuanto a las cuatro categorías emergentes de clasificación de los cursos, los datos muestran las siguientes incidencias de estas categorías en los programas, nuevamente calculados los porcentajes por programa y promediando:

- Áreas de formación general del docente: 13% obligatorios y 1.28% electivos
- Conocimiento de las instituciones educativas y su organización: 1.38% obligatorios y 0.7% electivos.
- Conocimientos en investigación en educación o investigación en educación matemática: 5.38% obligatorios y 0.51% electivos
- Cursos no clasificables: 0.68% obligatorios y 45.62% electivo

Capítulo 4 - Discusión

El presente artículo además de ofrecer un marco metodológico y teórico para analizar los programas de formación de futuros profesores para la enseñanza de matemáticas, muestra a través del análisis de los programas de formación en Colombia que la mayoría se centran en el desarrollo del conocimiento matemático y conocimiento pedagógico del

área. Mientras que dan un énfasis mínimo al conocimiento tecno-pedagógico, conocimiento tecno-pedagógico de las matemáticas y al diseño de tareas de aprendizaje mediadas por las TIC. Además, muy pocos programas ofrecen cursos para adquirir el conocimiento necesario para crear y diseñar cursos online que efectivamente promuevan el aprendizaje de las matemáticas.

Dado el crecimiento acelerado de la población estudiantil que cursa programas virtuales, su bajo desempeño en las áreas de matemáticas y la escasa formación que reciben los futuros docentes para enfrentar no solo el reto de enseñar matemáticas conceptualmente sino también en la modalidad online, vemos la creciente necesidad de prestar atención al desarrollo de las áreas de conocimiento en tecnología y diseño de tareas de aprendizaje como un área que podría ser central a tal problemática.

La naturaleza de la enseñanza de las matemáticas en la modalidad online tiene características singulares que hacen necesario profundizar en el estudio y análisis de los conocimientos requeridos para crear e implementar tareas y secuencias de aprendizaje en la modalidad online que efectivamente desarrollen el aprendizaje y la comprensión conceptual de las matemáticas. Hasta el momento contamos con una comprensión muy escasa de las particularidades del conocimiento que el profesor que enseña en la modalidad online debe adquirir y las prácticas que debe desarrollar. Menos explorado ha sido la forma en que el profesor usa representaciones y recursos multimedia para la enseñanza de las matemáticas online.

En el mismo sentido, el balance entre los cursos para desarrollar el conocimiento puramente matemático y los que apuntan a lo pedagógico y al desarrollo de tareas llama a una introspección de las instituciones y a posibles espacios para futuras investigaciones. Como lo mostró el análisis, es usual que los cursos de contenido matemático estén orientados a matemáticas en un nivel de pregrado, ampliando la perspectiva de los futuros profesores sobre las matemáticas, dando a los profesores en formación un contexto más amplio de la matemática como ciencia y de las perspectivas que podrán mostrar a sus estudiantes; sin embargo, esas no son las matemáticas que estos profesores tendrán como el centro de su labor docente, así que el balance entre estos cursos y los que abordan el contenido de la matemática escolar desde nuevas

perspectivas y con nuevas formas de enseñanza es un espacio de reflexión e investigación por abordar.

En este estudio se utilizó como fuente primaria de información los documentos publicados por las universidades, los cuales se analizaron en conjunto con las entrevistas a egresados y estudiantes activos. Sin embargo, aclaramos que esta información solo muestra una dimensión de la experiencia de formación, llamando la atención a la necesidad de recolectar datos de la implementación de los cursos y los desempeños de los estudiantes. En este contexto es importante iniciar con una discusión sobre lo que se establece en los documentos de los programas y los syllabus de los cursos como crucial para la formación del futuro profesor de matemáticas.

Más información puede también explicar las marcadas diferencias encontradas entre programas en cuanto a la distribución de los cursos se refiere, ya que estas pueden ser el fruto de orientaciones institucionales diversas, así como de formas de entender la enseñanza de las matemáticas. Incrementar la disponibilidad de información sobre los programas en cuanto a las motivaciones subyacentes de sus estructuras puede ser crucial para mejorar los resultados del proceso de decisión de quienes buscan acceder a ellos, permitiendo además una exploración más profunda desde lo teórico para comprender la forma en que cada programa prepara a sus egresados.

Finalmente, aunque nuestra muestra es reflejo de la población de programas de formación docente en matemáticas en el país (de los cuales solo escogimos los programas que tienen acreditación de calidad) consideramos necesario validar y extender el marco metodológico y teórico generado para caracterizar los programas en otros contextos diferentes al colombiano y en programas en otras disciplinas.

Capítulo 5 - Conclusiones

Una mirada general de los hallazgos de este estudio, indican que casi la mitad de los cursos y experiencias de aprendizaje de cada programa, promueven una extensa y profunda formación en el conocimiento disciplinar de las matemáticas (ver tabla 1). Y por lo menos un quinto del contenido se enfoca en el desarrollo del conocimiento pedagógico, enfocado en el estudio de estrategias para la enseñanza de las matemáticas, la más

común fue la de resolución de problemas y en muy escasas oportunidades se trabajó la incorporación de tecnología.

El análisis de contenido indica que este énfasis se fundamenta en la premisa que desarrollar ambos tipos de conocimiento provee las herramientas para abordar competencias de otras áreas de conocimiento, tales como diseñar tareas o incorporar tecnología.

Respecto al conocimiento de la tarea encontramos que menos de un 3% de los cursos del programa promueven el conocimiento de la tarea y sus sub-áreas. El análisis de contenido indica que la mayoría de las experiencias de aprendizaje en esta área se centran en la implementación de situaciones ya diseñadas, que pueden o no hacer uso de tecnología. Adicionalmente identificamos que en muy pocos casos se consideran las implicaciones pedagógicas de usar tecnología y aún menos se trabaja en el diseño de tareas de aprendizaje como un componente clave para promover el aprendizaje de los estudiantes.

Por otro lado, identificamos que existe una gran variabilidad en los énfasis que los diferentes programas hacen en la formación de los diferentes tipos de conocimiento del profesor, esta variabilidad se exagera al analizar la distribución del porcentaje de cursos obligatorios y electivos.

Estos dos hallazgos son la base para examinar los programas, ya que nos brinda una imagen diagnóstica del estado actual de la formación de docentes de matemáticas. La cual es fundamental para examinar a mayor profundidad la relación entre esta formación y los retos de enseñar matemáticas en la modalidad online.

Referencias

Ally, M. (2004). Foundations of educational theory for online learning. In T. Anderson & F. Elloumi (Eds.), *Theory and practice of online learning* (pp. 1–31). Athabasca: Athabasca University.

Alvarez, I., Guasch, T., & Espasa, A. (2009). University teacher roles and competencies in online learning environments: A theoretical analysis of teaching and learning practices. *European Journal of Teacher Education*, 32, 321–336. <https://doi.org/10.1080/02619760802624104>.

Barrera-Osorio, F. & Linden, L. L. (2009). The use and misuse of computers in education: Evidence from a randomized experiment in Colombia. *Policy Research Working Paper*. (February), 43. [online]. Available from: <http://go.worldbank.org/BZZT7KNLG0>.

Ball, D., Sleep, L., Boerst, T. A., & Bass, H. (2009). Combining the Development of Practice and the Practice of Development in Teacher Education. *Elementary School Journal*, 109(5), 458–474.

Bakker, A & Hoffman (2005). *Design Research in Statistics Education: On Symbolizing and Computer Tools*. Utrecht, the Netherlands: CD Beta Press.

Bakker, A. and Gravemeijer, K. P. E. (2006). A historical phenomenology of mean and median. *Educational Studies in Mathematics*, 63(1).

Bernard, R. M., Borokhovski, E., & Tamim, R. M. (2014). Detecting bias in meta-analyses of distance education research: big pictures we can rely on. *Distance Education*, 35(3), 271–293.

Borba, M. C., Clarkson, P., & Gadanidis, G. (in press). Learning with the use of the Internet. In M. A. (Ken) Clements et al. (Eds.), *Third international handbook of*

mathematics education. Springer international handbooks of education (Vol. 27). New York: Springer.

Borba, M. C., & Llinares, S. (2012). Online mathematics teacher education: overview of an emergent field of research. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education*, 44(6), 697–704. doi: [10.1007/s11858-012-0457-3](https://doi.org/10.1007/s11858-012-0457-3)

Borokhovski, E., Tamim, R., Abrami, P. C., Wade, C. A., & Lowerison, G. (2007). Technology's effect on achievement in higher education: A Stage I meta-analysis of classroom applications. *Journal of Computing in Higher Education*, 21(2), 95–109. doi:10.1007/s12528-009-9021-8

Brown, A. (1992). Design Experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141-178.

Blair, R., Kirkman, E. & Maxwell, J.W. (2012). Statistical abstract of undergraduate programs in the mathematical sciences in the United States: Fall 2010 conference board of mathematical sciences (CBMS) survey. Providence, RI: American Mathematical Society.

Camburn, EM, & Han, SW. (2011). Two decades of generalizable evidence on U.S. instruction from national surveys. *Teachers College Record*, 113(3), 561–610

Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. En Anthony Kelly y Richard Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307-333). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P. (2003). Investigating students' reasoning about linear measurement as a paradigm case of design research. En Michelle Stephan, Janet Bowers y Paul Cobb (Eds.), *Supporting students' development of measuring conceptions: Analyzing students' learning*

in social context (Journal for Research in Mathematics Education Monograph; N 12, pp. 1-16). Reston, VA: NCTM.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., & McNeal, B. (1992). Characteristics of Classroom Mathematics Traditions: An Interactional Analysis. *American Educational Research Journal*, 29(3), 573–604.

Corey, D. L., Peterson, B. E., Lewis, B. M., & Bukarau, J. (2010). Are there any places that students use their heads? Principles of high-quality Japanese mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematical Education*, 41, 438-478

Confrey. (1981a). Concepts, Processes and Mathematics Instruction. *For the Learning of Mathematics*, (1), 8.

Confrey, J. & Lachance, A. (2000). Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design. En Anthony Kelly y Richard Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 231–266). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology. En R. Keith Sawyer (Ed.), *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 135-152). New York, NY: Cambridge University Press.

Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243–307). The Netherlands: Reidel.

Claro, M. (2010). Impacto de las TIC en los aprendizajes de los estudiantes. Estado del arte. *Colección Documentos de proyectos*. Septiembre 28.

Clay, E., Silverman, J., & Fisher, D. J. (2012). Understanding online asynchronous collaboration in mathematics teacher education. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 44(6), this issue.

Cuban, L., Kirkpatrick, H., & Peck, C. (2001). High access and low use of technologies in high school classrooms: Explaining an apparent paradox. *American Educational Research Journal*, 38, 813–834.

Darling-Hammond, L., & Youngs, P. (2002). Defining “Highly Qualified Teachers”: What Does “Scientifically-Based Research” Actually Tell Us? *Educational Researcher*, (9), 13.

Engelbrecht, J., & Harding, A. (2005). Teaching undergraduate mathematics on the internet. *Educational Studies in Mathematics*, 58(2), 235–252.

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (1996). A Longitudinal Study of Learning to Use Children’s Thinking in Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, (4), 403.

Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers’ knowledge and its impact. In *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 147–164). New York: Macmillan.

Fernandez, E. (2014). Transitions from Live to Online Teaching, *PRIMUS*, 24(1), p.111.

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2012). Learning to notice students’ mathematical thinking through online discussions. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 44(6), this issue.

Garrison, D. R., & Vaughan, N. (2008). *Blended learning in higher education: Framework, principles, and guidelines* (1st ed.). San Francisco: Jossey-Bass.

Gravemeijer, K (1999). Tool use and the development of the function concept: from repeated calculations to functional thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, online first.

Hiebert, J., & Grouws, D. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 371–404). Greenwich, CT: Macmillan; Maxwell Macmillan Canada; Maxwell Macmillan International.

Hoyles & Lagrange, M. (2013). Using digital technologies in mathematics teaching: Developing an understanding of the landscape using three "grand challenge" themes. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 341-359. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/23434467>

Huang, R., & Bao, J. (2006). Towards a model for teacher professional development in China: Introducing Keli. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 279-298.

Hue, L., & Jalil, H. A. (2013). Attitudes towards ICT integration into curriculum and usage among university lecturers in Vietnam. *International Journal of Instruction*, 6(2), 53–66.

Jones, E. R. (1999, February). A comparison of an all Web-based class to a traditional class. Paper presented at the meeting of the Society for Information Technology and Teacher Education, San Antonio, TX.

Kankaanranta, M. & Puhakka, E. 2008. Towards innovative use of information technology in education. Results of the international SITES 2006 Study. University of Jyväskylä, Finnish Institute for Educational Research. In Finnish. Executive Summary of the SITES 2006 international report available in English at: <http://www.sites2006.net/>

Kieran, C. (2001). The Mathematical Discourse of 13-Year-Old Partnered Problem Solving and Its Relation to the Mathematics That Emerges. *Educational Studies in Mathematics*, (1/3), 187.

Kieran C. (2019) Task Design Frameworks in Mathematics Education Research: An Example of a Domain-Specific Frame for Algebra Learning with Technological Tools. In: Kaiser G., Presmeg N. (eds) Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education. ICME-13 Monographs. Springer.

Koehler, M. J. & Mishra, P. (2005). What happens when teachers design educational technology? The development of Technological Pedagogical Content Knowledge. *Journal of Educational Computing Research*. 32(2), 131-152. [PDF]

Marcelo, C., Yot, C., & Mayor, C. (2015). Enseñar con tecnologías digitales en la Universidad. *Comunicar*, 23(45), 117-124. <https://doi.org/10.3916/C45-2015-12>.

Margolinas, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques? *Revue Française de Pédagogie*, 188, 13-22

Mason, J., & Johnston-Wilder, S., 2004. Designing and using mathematical tasks. St Alban's: Tarquin Press.

Mallet, D. G. (2008). Asynchronous online collaboration as a flexible learning activity and an authentic assessment method in an undergraduate mathematics course. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 4(2), 143--15

Maltempi, M. V., & Malheiros, A. P. S. (2010). Online distance mathematics education in Brazil: Research, practice and policy. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 42(3–4), 291–303.

Mensch, S. (2010). Issues in offering numeric based courses in an online environment. *Journal of Instructional Pedagogies*, 3, Retrieved February 2, 2018: <http://www.aabri.com/manuscripts/09405.pdf>

Micari, M., Light, G., Calkins, S., & Streitwieser, B. (2007). Assessment beyond performance. *American Journal of Evaluation*, 28(4), 458-476.

Ministerio de Educación Nacional MEN (2013) Lineamientos de calidad para la verificación de las condiciones de calidad de los programas virtuales y a distancia.

Mishra, P. & Koehler, M. (2005). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *The Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054.

Mishra, P. & Koehler, M. J. (2007). Introducing technological pedagogical content knowledge. In annual meeting of the American Educational Research Association (pp. 1-16).

Mishra, P., Koehler, M. J. & Kereluik, K. (2009). Looking back to the future of educational technology. *TechTrends*, 53(5), 49.

Molina, M. Castro, E. Molina, J. & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88.

OECD (2015). *Students, Computers and Learning: Making the connection*. OECD Publishing.

Oliver, R. (1994) Factors influencing beginning teachers' uptake of computers, *Journal of Technology and Teacher Education* , 2, pp. 71-89.

Orey, D.C. & Rosa, M. (2018) Developing a mathematical modelling course in a virtual learning environment. *ZDM Mathematics Education* (2018) 50: 173. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0930-8>

Parker, D., & Gemino, A. (2001). Inside online learning: Comparing conceptual and technique learning performance in place-based and ALN formats. *Journal of Asynchronous Learning Networks*, 5(2), 64-74.

Payne, C. (2004). Design for success: Applying progressive educational principles online. In C. Vrasidas & G. V. Glass (Eds.), *Online professional development for teachers* (pp. 231–248). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Plath, R.J. (2006). A Comparison between Online and Traditional Community College Academic Success in Mathematics. Unpublished PhD Dissertation. Capella University, US.

Price, L., & Kirkwood, A. (2011). Enhancing professional learning and teaching through technology: A synthesis of evidence-based practice among teachers in higher education. York: Higher Education Academy.

Ragan, L.C. (1998). Good Teaching is Good Teaching: An Emerging Set of Guiding Principles and Practices for the Design and Development of Distance Education. DEOSNEWS (8), 12.

Salazar, R. y Melo, Á. (2013). Lineamientos Conceptuales de la Modalidad de Educación a Distancia. En Arboleda, Néstor y Rama, Claudio. (Ed.), Educación superior a distancia y virtual en Colombia. pp. 81-111. Bogotá: Virtual Educa.

Sierpinska, A. (2003). Research in Mathematics Education: Through a Keyhole. In E. Simmt & B. Davis (Eds.), Proceedings of the Annual Meeting of Canadian Mathematics Education Study Group: Acadia University.

Simon, M. A. (1995) Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. Journal for Research in Mathematics Education, 26, 114-145.

Simon, M. A., & Tzur, R. (2004) Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. Mathematical Thinking and Learning, 6(2), 91-104.

Simon, M. A. (2013) Developing Theory for design of Mathematical Task Sequences: Conceptual Learning as Abstraction. ICMI Studies, 503-510.

Shimizu, Y., Kaur, B., Huang, R., & Clarke, D. (2010) The role of mathematical tasks in different cultures. In Y. Shimizu, B. Kaur, R. Huang & D. Clarke (eds.), *Mathematical Tasks in Classrooms around the World*, 1-14.

Smith, G. G., & Ferguson, D. (2005). Student attrition in mathematics e-learning. *Australasian Journal of Educational Technology*, 21(3), 323—334

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Sven Trenholm, Julie Peschke & Mohan Chinnappan (2019) A Review of Fully Online Undergraduate Mathematics Instruction through the Lens of Large-Scale Research (2000-2015), *PRIMUS*, 29:10, 1080-1100, DOI: 10.1080/10511970.2018.1472685

Tamim, R. M., Bernard, R. M., Borokhovski, E., Abrami, P. C., & Schmid, R. F. (2011). What forty years of research says about the impact of technology on learning: A second-order meta-analysis and validation study. *Review of Educational Research*, 81, 4–28.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. Utrecht: CDß Press / Freudenthal Institute, Utrecht University.

Vilardi, R., Rice, M.L. (2014). Mathematics Achievement: Traditional Instruction and Technology-assisted Course Delivery Methods, *Journal of Interactive Online Learning*, 13(1). Retrieved February 2, 2018.

Watson, A. & Ohtani, M. (2012) Task design in mathematics education discussion document.

Wild, M. (1995) Pre-service teacher education programmes for IT: an effective education?, *Journal of Information Technology for Teacher Education* , 4,pp. 7-20.

Wild, M. (1996) Technology refusal: rationalising the failure of student and beginning teachers to use computers, *British Journal of Educational Technology* , 27, pp. 134-143.

Xu, D., & Jaggars, S. S. (2011). The effectiveness of distance education across Virginia's community colleges: Evidence from introductory college-level math and English courses. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 33(3), 360--377.

Yoshida, M. (1999). Lesson study: A case study of a Japanese approach to improving instruction through school-based teacher development. Doctoral dissertation, The University of Chicago, Chicago, IL.

Índice de tablas

	<i>PK</i>	<i>TK</i>	<i>CK</i>	<i>PCK</i>	<i>TCK</i>	<i>MPTK</i>	<i>TPACK</i>
Obligatorio	5,60%	1,36%	48,90%	15,67%	1,52%	0,09%	0%
Electivo	5,58%	2,00%	33,81%	5,24%	0,22%	0%	0%

	<i>tK</i>	<i>tPK</i>	<i>tTPK</i>	<i>tTPACK</i>	<i>SK</i>
Obligatorio	0,43%	1,12%	0,82%	0%	1,92%
Electivo	0,22%	0,22%	1,67%	0%	2,22%

Tabla 1: Énfasis del programa de formación por tipo de conocimiento.³
A continuación, realizaremos un análisis más detallado de los resultados de la formación en cada uno de los tipos de conocimiento.

³ Estos resultados no incluyen los porcentajes de las categorías de conocimiento emergentes.

Índice de Figuras

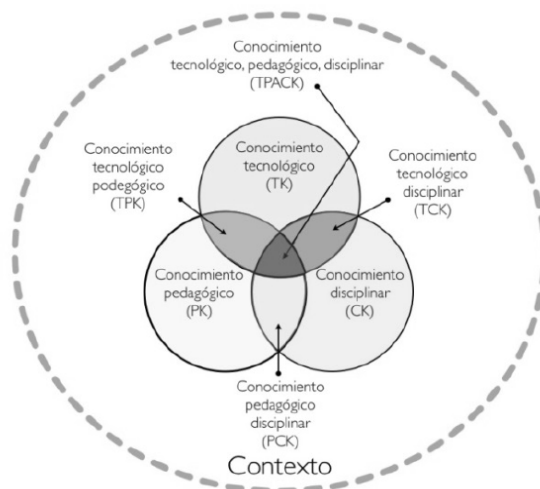


Figura 1: Modelo TPACK

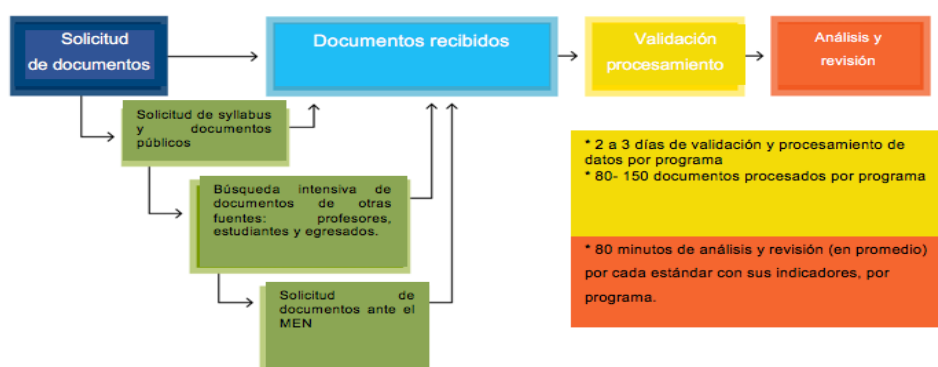


Figura 2: Proceso de solicitud y procesamiento de los documentos

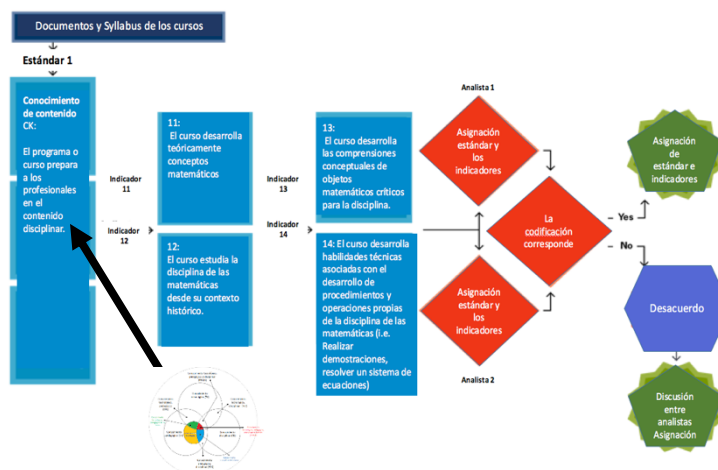


Figura 3: Proceso de codificación y análisis de los documentos.

Índice de Anexos

